CY Cergy Paris Université **2024 – 2025**
CY Tech
PréIng 2

Travaux dirigés

Introduction à la physique moderne

Version élève du mercredi 5 mars 2025 à 22h50.

Contact

Enseignants chargés du cours magistral :

- Panayotis Akridas–Morel pakridas@cyu.fr (*ne pas passer par Teams*)
- Lucie Desplat lucie.desplat@cyu.fr à Pau

Enseignants chargés des travaux dirigés :

- Panayotis Akridas–Morel
- Abdelaziz Boumiz abdelaziz.boumiz@cyu.fr
- Émilie Dupont emilie.dupont@cyu.fr
- Fabien Piguet fabien.piguet@cyu.fr

Bureau : Bâtiment Cauchy — 2^{e} étage — CY 308

Références indicatives

[A] *Mécanique quantique 1*, Claude Aslangul, De Boeck supérieur (2007) [Cerclades : 530.12 ASL].

[Ber] *Physique quantique — Berkeley : cours de physique — Volume 4*, Eyvind H. Wichmann, Librairie Armand Colin (1974) [Cerclades : 530 BER (édition de 1998)].

[BasDa] *Mécanique Quantique*, Jean-Louis Basdevant et Jean Dalibard, Éditions de l'École Polytechnique (2008) [Cerclades : 530.12 BAS].

[H] *Physique*, Eugene Hecht, De Boeck supérieur (1999) [Cerclades : 530.12 BAS].

[K] *Modern Physics*, Kenneth S. Krane, 4e édition, Wiley (2020).

[LL] *Physique théorique : théorie des champs*, Lev Landau et Evgueni Lifchitz, MIR-Ellipses (1994).

[LeBa] *Quantique : rudiments*, Jean-Marc Lévy-Leblond et Françoise Balibar, Éditions Dunod (1997) [Cerclades : 530.12 LEV (éd. Masson)].

[SiA] *Cours de physique générale — Tome 5 Physique atomique et nucléaire — Première partie*, D. Sivoukhine, Éditions Mir (1982).

[SiE] *Cours de physique générale — Tome 3 Électricité*, D. Sivoukhine, Éditions Mir (1983).

[Zu] *Quantum Mechanics for Beginners : With Applications to Quantum Communication and Quantum Computing*, Oxford University Press (2020) [BU de Toulouse].

Données

Constantes fondamentales

« La Conférence générale des poids et mesures (CGPM), à sa 26^e^ réunion, [...] décide qu'à compter du 20 mai 2019, le Système International d'unités, le SI, est le système d'unités selon lequel » :

- la **vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide** vaut $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;
- la **constante de Planck** vaut $h = 6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$;
- la **charge élémentaire** vaut $e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$;
- la **constante de Boltzmann** vaut $k_\mathrm{B} = 1{,}380\,649 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$;
- la **constante d'Avogadro** vaut $\mathcal{N}_\mathrm{A} = 6{,}022\,140\,76 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$

Autres constantes usuelles

Constante de Planck réduite (ou de Dirac) $\hbar = h/2\pi$
Masse (au repos) d'un nucléon (proton ou neutron) $M \approx 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Masse (au repos) de l'électron $m \approx 9{,}109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Constante gravitationnelle $G \approx 6{,}674\,30 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$
$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$
Perméabilité (magnétique) du vide

$$\mu_0 = \frac{4\pi\alpha\hbar}{e^2 c} \approx 1{,}257 \times 10^{-6}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}}$$

Permittivité (diélectrique) du vide

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \approx 8{,}854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$$

Constante de structure fine

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx 7{,}297 \times 10^{-3}$$

Table des matières

Repères historiques

avant

- 1632 Galilée (1564–1642) publie le *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* ;
- 1687 Isaac Newton (1642–1727) publie des *Principia* (Philosophiae naturalis principia mathematica) ;

XIXe

- v. 1865 James Clerk Maxwell (1831–1879) publie les 20 équations de l'électromagnétisme (réécrite sous forme différentielle par Oliver Heaviside (1850–1925))
- 1862 Léon Foucault (1819–1868) mesure la vitesse de la lumière (dans l'air)
- 1887 expérience de Michelson et Morley
- 1895 Wilhelm Röntgen (1845–1923) découvre les rayons X
- 1897 Joseph John Thomson (1856–1940) découvre l'électron

XXe

- 1901 Max Planck (1858–1947) donne une justification théorique et à l'échelle microscopique du rayonnement du corps noir
- 1905 Albert Einstein (1879–1955) publie quatre articles dont un explique l'effet photoélectrique (deux autres articles concernent la relativité restreinte et le quatrième porte sur le mouvement brownien)
- 1908 Jean Perrin (1870–1942) mesure la constante d'Avogadro (1776–1856) de six manières différentes (déterminée pour la première fois par Johann Loschmidt en 1865)
- 1909 Ernest Rutherford (1871–1937) (assisté de Hans Geiger et Ernest Marsden) met en évidence la structure de l'atome
- 1913 Robert Andrews Millikan (1868–1953) mesure la charge de l'électron
- 1914 Millikan mesure la constante de Planck
- 1922 expérience de Stern et Gerlach
- 1928 Paul A. M. Dirac (1902–1984) prédit l'existence du positon (antiparticule de l'électron)
- 1932 Carl D. Anderson (1905–1991) met en évidence le positon
- 1947 Bardeen, Schockley et Brattain obtiennent le premier transistor (*transfer resistor*)

1 | Débuts de la mécanique quantique

Points importants du chapitre

Pré-requis : concept d'énergie vu en Mécanique du point.

Savoirs :

- relation de Planck–Einstein ;
- relation de de Broglie pour une particule non relativiste ;
- spectre des ondes EM (radio, IR, visible, UV, X, γ) ;
- vitesse approchée de la lumière dans le vide ;
- expliquer l'effet photoélectrique.

Savoir-faire :

- décrire une expérience mettant en évidence la notion de photons ;
- déterminer la constante de Planck à partir de données expérimentales.

Exercice — Effet photoélectrique : aspects expérimentaux

En plus du cours, consulter [SiA].

1. Qu'appelle-t-on « travail d'extraction » ?
2. Représenter un montage expérimental permettant de mettre en évidence l'effet photoélectrique et de faire les mesures nécessaires à la détermination du travail d'extraction et l'énergie des photoélectrons.
3. Réaliser les graphiques suivants :
   — l'énergie cinétique des photoélectrons en fonction de l'intensité de la source de lumière pour $\nu < \nu_S$, $\nu = \nu_S$ et $\nu > \nu_S$.
   — l'énergie cinétique des photoélectrons en fonction de la longueur d'onde pour une intensité donnée.
   — l'intensité du courant électrique i en fonction de l'intensité lumineuse I pour une fréquence donnée $\nu > \nu_S$.
   — l'intensité du courant électrique i en fonction de la longueur d'onde (pour $\nu > \nu_S$).
4. Expliquer comment déterminer la constante de Planck à partir des données expérimentales.

Exercice — Flux de photons [BasDa]

1. Une antenne radio émet sur la fréquence $\nu = 1\,\mathrm{MHz}$ avec une puissance $P = 1\,\mathrm{kW}$. Quel est le nombre de photons émis par cette antenne en une seconde ?
2. La Terre reçoit d'une étoile un flux lumineux $\Phi = 1{,}6 \times 10^{-10}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$ de longueur d'onde moyenne $\lambda_\mathrm{m} = 556\,\mathrm{nm}$. Déterminer un ordre de grandeur du nombre de photons traversant la pupille de l'œil durant une seconde.

Exercice 1 — Effet photoélectrique

À l'aide d'une lampe à vapeur de mercure, on envoie sur une photocathode en potassium une radiation ultraviolette de longueur d'onde $\lambda_1 = 254\,\mathrm{nm}$. On constate alors que l'énergie des photoélectrons est $E_1 = 3{,}14\,\mathrm{eV}$. Si l'on envoie une raie visible de longueur d'onde $\lambda_2 = 589\,\mathrm{nm}$, l'énergie de ces électrons est de $E_2 = 0{,}36\,\mathrm{eV}$.

1. Laquelle de ces radiations est la plus énergétique ?
2. Qu'appelle-t-on photoélectrons ?
3. Retrouver une valeur approximative de la constante de Planck h.
4. Calculer le travail d'extraction du potassium.
5. En déduire la longueur d'onde maximale λ_{max} des radiations pouvant produire un effet photoélectrique sur le potassium.
6. Déterminer l'énergie cinétique maximale des photoélectrons lorsque le potassium est éclairé avec une lumière verte de longueur d'onde $\lambda_3 = 540\,\mathrm{nm}$.
7. Dans le modèle ondulatoire de la lumière, combien de temps un laser bleu d'intensité $I = 1 \times 10^{-2}\,\mathrm{W/m^2}$ doit-il éclairer un atome de potassium pour lui arracher un électron ? Le rayon d'un atome est de l'ordre de l'angstrom. Commenter ce résultat.

Exercice 2 — Longueur d'onde de de Broglie

1. Donner l'expression de la longueur d'onde de de Broglie d'une particule non relativiste.
2. Calculer la longueur d'onde de de Broglie
   2.a. d'un électron d'énergie cinétique $10\,\mathrm{eV}$;
   2.b. d'un chat de $5\,\mathrm{kg}$ et courant à $3{,}31\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$;
3. Pour quelle raison ne peut-on pas calculer la longueur d'onde de de Broglie d'un photon ?

Exercice 3 — Action typique d'un système (HP) [LeBa]

Un système physique peut être caractérisé par différentes grandeurs, comme son énergie, sa masse ou encore sa quantité de mouvement. À un tel système, on peut également

associer une grandeur appelée « action » qui joue un rôle fondamental dans la mesure où la connaissance de l'action du système et l'application du principe de « moindre action » permettent de déterminer l'évolution de ce système (équations du mouvement en mécanique, les équations de MAXWELL, *etc.*).
Pour un système donné, la comparaison d'une valeur typique de l'action avec la constante de PLANCK permet de déterminer s'il est pertinent d'étudier ce système dans le cadre de la physique quantique.

1. Rappeler l'unité et la dimension physique de la constante de PLANCK.
2. Pour les différents systèmes considérés dans la suite, déterminer une valeur typique de l'action et en déduire si le système doit être étudié dans le cadre de la physique quantique.
   - 2.a. Le mécanisme d'une montre est constitué d'un ensemble d'engrenages de taille typique $d \approx 0{,}1\,\mathrm{mm}$ et de masse typique $m \approx 0{,}1\,\mathrm{g}$.
   - 2.b. Un circuit électrique traversé par un courant d'intensité $I = 1\,\mathrm{mA}$ est composé d'un condensateur de capacité $C \approx 0{,}1\,\mathrm{nF}$ et d'une bobine d'inductance $L \approx 0{,}1\,\mathrm{mH}$.
   - 2.c. Les mesures expérimentales effectuées avant l'élaboration de la mécanique quantique, ont montré que l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est $E = 13{,}6\,\mathrm{eV}$ et que son spectre est constitué d'une raie de longueur d'onde minimale $\lambda = 100\,\mathrm{nm}$.
   - 2.d. En dessous de $T = 2{,}18\,\mathrm{K}$, la viscosité de l'hélium 4 devient nulle, lui conférant ainsi la possibilité de s'écouler à travers un récipient. On dit alors qu'il est dans un état superfluide. La masse volumique de l'hélium 4 vaut $\rho = 1{,}46 \times 10^2\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

2 | Modèles de l'atome

Exercice — Rayon classique de l'électron [LL, p. 37]
L'énergie électrique d'un système de charges est

$$U = \int \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \, \mathrm{d}V,$$

où $\vec{E}$ est le champ électrique créé par ce système.

1. Déterminer l'énergie d'une sphère de rayon r_0 et de charge totale q.
2. D'après l'expression précédente, quelle serait l'énergie d'une particule élémentaire ? Le fait qu'une particule élémentaire (rayon nul) ait une énergie infinie dans le cadre de l'électrodynamique classique suggère que cette théorie n'est pas valable en dessous d'une certaine échelle que nous nous proposons d'évaluer. Nous supposons que l'énergie électrique d'un électron de rayon R est égale à son énergie propre (ou au repos) : $E = mc^2$.
3. Montrer que le « rayon classique » (déterminé sans considération de la physique quantique) de l'électron est :

$$R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{mc^2}.$$

4. $R \approx 3 \times 10^{-15}\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{fm}$

Exercice 4 — Ordre de grandeur du rayon d'un atome

Trouver un ordre de grandeur de la taille a d'un atome de fer de masse molaire $M = 56\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$. La masse volumique du fer est $\rho = 7{,}8\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$.

Exercice 5 — Modèle de Rutherford

Au début du XX $^{\mathrm{e}}$ siècle, Jean Perrin, Hantaro Nagaoka (1865–1950) et Ernest Rutherford proposent successivement un même modèle planétaire de l'atome dans lequel le noyau de l'atome, chargé positivement, jouerait le rôle du Soleil autour duquel tourneraient des électrons dont la charge totale serait exactement l'opposée de celle du noyau. Pour étudier les limites de ce modèle, nous considérons un atome d'hydrogène constitué d'un électron en mouvement circulaire uniforme autour du proton.

1. **Cadre de la mécanique du point**
Dans cette question, on étudie le mouvement de l'électron dans le cadre de la mécanique classique. On choisit pour référentiel celui du proton lié à un repère cartésien.
   1.a. Pourquoi peut-on supposer que le référentiel du proton est galiléen ?
   1.b. Quelles forces s'exercent sur l'électron ? Laquelle de ces forces est prédominante ?
   1.c. Exprimer le vecteur accélération de l'électron en fonction de la norme v de sa vitesse et du rayon r de son orbite.
   1.d. En appliquant la deuxième loi de Newton à l'électron, exprimer v^2 en fonction de r, de la vitesse de la lumière dans le vide et du rayon classique de l'électron (voir exercice facultatif).
   1.e. Exprimer la période T du mouvement circulaire de l'électron en fonction de c, r et R.
   1.f. Exprimer l'énergie mécanique E de l'électron en fonction de r, R, c et m.
2. **Prise en compte de l'électrodynamique**
L'électrodynamique classique permet de montrer qu'une charge ne se déplaçant pas en mouvement rectiligne uniforme (par rapport à un référentiel galiléen), rayonne de l'énergie. La puissance rayonnée par un électron ayant une accélération de norme a est donnée par la formule [SiE] de LARMOR (1857–1942) :

$$\mathscr{P}_{\mathrm{E}} = \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} a^2.$$

   2.a. Expliquer en quoi ce rayonnement a un effet sur l'orbite de l'électron et donner l'expression du vecteur accélération de l'électron.
   2.b. On suppose à présent que l'accélération est toujours donnée par : $a = v^2/r$. Exprimer la puissance rayonnée par l'électron.
   2.c. À l'aide d'un raisonnement énergétique, montrer que la distance r séparant l'électron du proton vérifie : $\dot{r} = -K/r^2$ avec K une constante positive qui s'exprime en fonction de R et c. Donner l'expression de la constante K.
   2.d. En supposant qu'à l'instant initial l'électron est à une distance r_0 du proton, exprimer la durée τ de la chute de l'électron sur le proton. Faire l'application numérique en prenant pour r_0 l'ordre de grandeur déterminé à l'exercice précédent.
   2.e. Comparer ce temps de chute à la période T_0 de révolution de l'électron autour du proton si son mouvement était circulaire et de rayon r_0.
3. **Rayonnement d'un corps***
   3.a. Dans le cadre de la mécanique classique une masse de charge nulle en rotation rayonne-t-elle ?
   3.b. Qu'en est-il dans le cadre de la relativité générale ? Comment se nomme cette forme de rayonnement ?
   3.c. En relativité générale on peut montrer qu'un système de deux corps (de masse m_1 et m_2) tournant l'un autour de l'autre émet un rayonnement de

puissance :

$$\mathscr{P}_{\mathrm{G}} = \frac{32\mathscr{G}}{5c^2}\mu^2 D^4 \omega^6,$$

avec $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$ la masse réduite du système, D la distance entre les deux corps et ω la fréquence angulaire du système. Si le rayonnement de nature électromagnétique est négligé, déterminer la puissance rayonnée par un atome d'hydrogène puis exprimer la durée nécessaire pour que l'électron et le proton entrent en collision.

Exercice 6 — Modèle de Bohr

En 1913, Niels Bohr propose un nouveau modèle d'atome permettant de concilier le spectre d'émission discret d'un atome avec la structure lacunaire de l'atome mise en évidence par Rutherford deux ans plus tôt. Dans ce nouveau modèle, les électrons sont sur des orbites circulaires dont le rayon ne peut prendre que certaines valeurs précises (souvent appelées « couches électroniques ») contrairement au modèle planétaire de Rutherford. Par ailleurs, il reprend l'idée d'Einstein, en supposant qu'un électron qui change d'orbite pour se rapprocher du noyau émet de la lumière de fréquence ν sous la forme d'un quantum d'énergie $h\nu$.
Dans cet exercice, on se propose de reprendre une partie de son raisonnement.

1. Montrer que la dimension de la constante de Planck est celle d'un moment cinétique :

$$\vec{L}_{\mathrm{O}} = \vec{r} \wedge \vec{p}.$$

2. Pour justifier son modèle, Bohr suppose que le moment cinétique de l'électron est quantifié, c'est-à-dire que celui-ci ne peut prendre que certaines valeurs dépendantes d'un entier n strictement positif

$$L_n = m r_n v_n = n\hbar \tag{2.2}$$

où r_n désigne le rayon de l'orbite en question et v_n la vitesse de l'électron sur cette orbite.

2.a. Justifier que la norme du moment cinétique vaut $L_{\mathrm{O}} = mrv$ et déduire de sa quantification les expressions de v_n et r_n en fonction de n.

2.b. Déterminer v_1 et r_1, les expressions de v_n et r_n pour $n = 1$. Exprimer v_n et r_n en fonction de v_1, r_1 et n. Faire les applications numériques pour r_1 et v_1. Commenter.

2.c. En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_n en fonction de E_1 et n. Donner l'expression et la valeur numérique de E_1. Commenter.

3. En quoi ce modèle n'est pas cohérent avec la description d'un système quantique à l'aide d'une fonction d'onde ?

3 | Relations d'Heisenberg

Exercice — Moyenne, ecart-type et variance d'une grandeur

1. **Variable aléatoire discrète** On considère une grandeur g (note, salaire, nombre d'habitants, *etc.*) aléatoire. Celle-ci est supposée discrète : g ne peut prendre que N valeurs précises notées g_i, avec $i \in [1, N]$.
   1.a. Exprimer la valeur moyenne de g en fonction des g_i. Cette valeur moyenne sera notée $\langle g \rangle$.

   On veut à présent caractériser la dispersion des g_i autour de la valeur moyenne.

   1.b. Montrer que la moyenne des écarts à la moyenne $\frac{1}{N}\sum_i (g_i - \langle g \rangle)$ n'est pas pertinente pour caractériser cette dispersion.
   1.c. La variance $V = \langle (g - \langle g \rangle)^2 \rangle$ est-elle *directement* pertinente pour caractériser cette dispersion ?
   1.d. La grandeur réellement pertinente est l'écart-type (à la moyenne)

$$\boxed{\Delta g = \sqrt{\langle (g - \langle g \rangle)^2 \rangle}}. \tag{3.1}$$

   Montrer que

$$(\Delta g)^2 = \langle (g - \langle g \rangle)^2 \rangle = \langle g^2 \rangle - \langle g \rangle^2. \tag{3.2}$$

2. **Variable aléatoire continue**
   On considère à présent une variable aléatoire continue y c'est-à-dire une variable dont les valeurs sont réparties sur un intervalle (énergie, position, *etc.*). La répartition de cette variable aléatoire est caractérisée par une fonction $\rho(y)$ nommée « distribution de probabilité » de la variable y.
   Une distribution probabilité. très courante est la loi normale ou distribution de Gauss (ou gaussienne) d'une variable aléatoire $y \in \mathbb{R}$

$$\rho(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{y-m}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2\right] \tag{3.3}$$

   où $m = \langle y \rangle$ est la valeur moyenne/espérance de y (moment d'ordre 1) et σ l'écart-type (carré du moment centré d'ordre 2).

2.a. Dans le cas de la loi normale que vaut l'intégrale ci-dessous ?

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(y)\,\mathrm{d}y$$

2.b. Représenter graphiquement la distribution de Gauss. Indiquer m et approximativement σ.

2.c. On considère une aiguille posée horizontalement et capable de tourner. On repère la position de cette aiguille grâce à un angle θ. Représenter la distribution de probabilité de θ si toutes les directions sont équiprobables.

2.d. Quelle grandeur joue le rôle de distribution de probabilité en physique quantique ? À quelle variable aléatoire est-elle associée ?

2.e. En déduire comment calculer la position moyenne $\langle x \rangle$ et l'écart-type de la position d'une particule dont l'état est décrit par la fonction d'onde Ψ.

Exercice 7 — Particule dans un puits de potentiel infini

On considère une particule de masse m enfermée dans un puits de potentiel de profondeur infinie et de largeur L. L'objectif est d'utiliser les inégalités de Heisenberg pour montrer que l'énergie cinétique E minimale de la particule n'est pas nulle.

1. **Énergie minimale**

   1.a. À partir de la relation de Heisenberg spatiale, déterminer une inégalité vérifiée par Δp et L.

   1.b. Exprimer $\langle E \rangle$ en fonction de $\langle p^2 \rangle$.

   1.c. En utilisant les résultats de l'exercice précédent, en déduire l'énergie cinétique minimale de la particule.

   1.d. Comparer ce résultat avec le cas d'une boule de billard dans une boite.

2. Calculer Δx en sachant que les états stationnaires d'une particule dans un puits infini de potentiel sont

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left[n\frac{\pi x}{L}\right], \tag{3.4}$$

   avec $n \in \mathbb{N}^*$.

3. L'inégalité de Heisenberg serait-elle vérifiée pour une particule dont la probabilité de présence serait uniforme sur $[0; L]$?

Exercice 8 — Électron dans un piège harmonique

On considère un électron de masse m et de quantité de mouvement p piégé dans un potentiel de type oscillateur harmonique. Son énergie potentielle est alors $E_\mathrm{P} = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$, avec $\omega = 6 \times 10^8\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ la pulsation propre de l'oscillateur.

1. Écrire l'énergie mécanique de l'électron en fonction de m, x, p et ω.
2. Pour un piège harmonique la position moyenne et la quantité de mouvement moyenne sont nulles. Exprimer $\langle p^2 \rangle$ en fonction de $\langle x^2 \rangle$.

3. Montrer que l'énergie mécanique de l'électron est bornée inférieurement.

Exercice 9 — Électron dans l'atome d'hydrogène

On considère un atome d'hydrogène de taille caractéristique a.

1. Donner l'expression générale de l'énergie mécanique de l'électron.
2. Trouver une borne inférieure à l'énergie de l'électron en fonction de constantes fondamentales et a. Celle-ci sera notée E_0.
3. Déterminer a_0 la valeur minimale de a qui minimise E_0.
4. Comparer a_0 au rayon r_1 déterminé dans le modèle de BOHR.
5. Expliquer en quoi les inégalités de HEISENBERG justifient la stabilité de la matière.
6. En quoi le modèle de BOHR est-il en contradiction avec les inégalités de HEISENBERG ?