Physique moderne

Devoir n° 2

durée : 1h30 (2h en cas de tiers-temps)

Aucune sortie avant 1h d'épreuve

Instructions à lire avant de commencer

Sont interdits :

— les documents ;

— tous les objets électroniques (téléphone, tablette, ordinateur, montres connectées, *etc.*) de même que les calculatrices (collège et lycée) ;

— les déplacements et les échanges.

Consignes :

1. vérifiez que votre énoncé compte 4 pages et 4 exercices ;
2. indiquez le nombre total de feuilles utilisées sur la première page de la copie ;
3. numérotez l'ensemble des feuilles de votre copie ;
4. en cas d'erreur dans l'énoncé, vous l'indiquerez sur votre copie et continuerez le devoir.

Calculs, applications numériques et rédaction

1. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte lors de la correction.
2. Pour les exercices 2 à 4, une expression littérale *et* une application numérique sont demandées.
3. Les applications numériques se feront par ordre de grandeur et avec un seul chiffre significatif. Par exemples : $3{,}14 \times 10^{-25} \sim 1 \times 10^{-25}$; $5 \times 10^{-2} \sim 1 \times 10^{-1}$.
4. Les notations doivent être définies.
5. Une attention particulière sera donnée à la qualité de la rédaction.

Le barème est donné à titre indicatif

Données

- constante de Planck réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$;
- masse de l'électron : $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- masse d'un nucléon $m = 1{,}7 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$;
- $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Exercice 1 — Questions ± de cours (6 points)

1. Rappeler l'équation de Schrödinger (dépendante du temps) pour une particule de masse m se déplaçant selon l'axe (Ox) dans un potentiel quelconque V.
2. Rappeler l'interprétation de $|\psi|^2$ (module carré de la fonction d'onde ψ). À qui est due cette interprétation ?
3. Dans un espace à d dimensions, quelle est la dimension physique de la fonction d'onde ?
4. Inégalités d'Heisenberg
   - 4.a) Rappeler la relation d'indétermination d'Heisenberg pour la position x et la quantité de mouvement p (selon le même axe). Que représentent Δx et Δp dans cette relation ?
   - 4.b) Pourquoi n'est-il pas correct de parler de relation d'« **incertitude** » ?
5. Un électron rencontre une barrière de potentiel de hauteur supérieure à l'énergie de la particule. Quel phénomène peut être observé qui ne serait pas possible pour une particule classique ? Donner une application technique ou théorique de ce phénomène.

Exercice 2 — Applications directes (3 points)

1. Pour que sa longueur d'onde de de Broglie soit $\lambda = 0{,}1\,\mathrm{nm}$, quelle doit être l'énergie cinétique E_c d'un électron ? d'un neutron ?
2. Pour une énergie cinétique $E_c = 1\,\mathrm{MeV}$, quelles sont la fréquence f et la longueur d'onde de de Broglie λ d'un électron ? d'un neutron ?

Exercice 3 — Diffraction d'électrons (5 points)

Pour déterminer les caractéristiques du noyau, une mince feuille d'or ($^{197}_{79}\mathrm{Au}$) peut être bombardée d'électrons afin d'étudier la figure de diffraction formée par les électrons après avoir traversé la feuille. Pour

observer une telle figure, l'énergie des électrons doit être d'une centaine de MeV. Pour le rayon du noyau d'un atome d'or, on prendra $R = 7\,\mathrm{fm}$. Dans la suite, nous supposerons que les termes « diffraction » et « interférence » sont synonymes.

1. Montrer que c'est bien dans cette gamme d'énergie que les électrons peuvent effectivement être diffractés.
2. Si l'on souhaitait effectuer la même expérience avec de la lumière, dans quelle partie du spectre de la lumière se situerait la source ?
3. Que confirme, sur la nature de l'électron, le fait que ces derniers puissent être diffractés ? Quel scientifique a émis cette hypothèse pour la première fois ?

Exercice 4 — Puits de potentiel infini (6 points)

Étudiante en PréIng 2, Sophie cherche les états stationnaires d'une particule de masse m confinée dans un puits infini de potentiel V défini mathématiquement par :

$$V(x) = \begin{cases} 0 \ \text{si}\, x \in [-a/2; a/2] \ ; \\ +\infty \ \text{sinon,} \end{cases}$$

où a représente la largeur du puits. Ses conclusions sont les suivantes :

- l'énergie de la particule est quantifiée et les énergies accessibles s'écrivent
  $$E_n = n\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2} \ \text{avec}\, n \in \mathbb{N}^*$$
- la fonction d'onde associée à l'énergie E_1 s'écrit :
  $$\psi(x,t) = \frac{2}{a}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_1 t/\hbar}$$

1. Quelle condition doit vérifier la fonction d'onde aux bords du puits ?
2. La fonction d'onde proposée par Sophie est-elle compatible avec les conditions aux bords ? Corriger si nécessaire.
3. La fonction d'onde proposée est-elle normalisée ? Corriger si nécessaire.
4. Comment appelle-t-on l'état d'énergie E_1 ?
5. Vérifier et, si nécessaire, corriger l'expression de l'énergie E_n proposée par Sophie.