Ondes - TD 1

Problème I

Soit un ressort idéal sans masse, de constante de rappel k et de longueur au repos L_0, suspendu verticalement par une de ses extrémités.

a) On accroche un masse M au bas du ressort et on la laisse descendre lentement jusqu'à ce qu'elle s'arrête. Quelle est la longueur du ressort à ce moment?

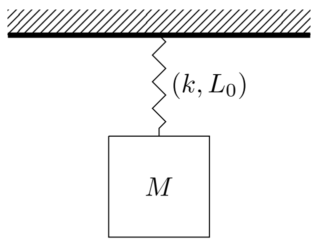
b) Plutôt que de laisser la masse descendre lentement, on la laisse simplement tomber.

   (a) En utilisant la deuxième loi de Newton, donner l'équation du mouvement de la masse.

   (b) Résoudre le problème de Cauchy pour décrire le mouvement de la masse.

   (c) À quelle fréquence la masse oscille-t-elle? Est-ce que la fréquence dépend de g?

   (d) Quelle est la longueur moyenne du ressort sur une période?



Problème II

On considère un circuit électrique consitué d'une inductance L en série avec un condensateur de capacité C. On se propose d'étudier le courant $I(t)$ dans le circuit.

a) Par un raisonnement basé sur l'analyse dimensionnelle, déterminer une grandeur assimilable à une fréquence angulaire en utilisant les quantités physiques du problème.

b) En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation déterminant la charge Q du condensateur. En dédure la fréquence angulaire ω et la période des oscillations du courant $I(t)$ dans le circuit. Faire une analogie avec un oscillateur mécanique (système masse-ressort).

c) Énergie:

   (a) Rappeler l'expression de l'énergie E_C emmagasinée dans un condensateur et de l'énergie E_L dans l'inductance. Quelles sont les énergies analogues à ces dernières pour un oscillateur mécanique?

   (b) Retrouver l'expression de la fréquence angulaire en utilisant la conservation de l'énergie électrique.

   (c) Montrer que pour tout temps t_0,

$$\langle E_C \rangle (t_0) = \langle E_L \rangle (t_0), \tag{1}$$

   où

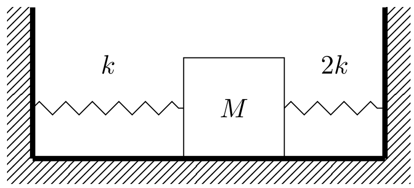
$$\langle F \rangle (t_0) = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} F(t) dt, \tag{2}$$

Problème III

On considère un bloc de masse M libre de glisser sans frottement sur un plan horizontal. Il est attaché de chaque côté par des ressorts idéaux sans masses, de constante de rappel k et $2k$, respectivement, eux-mêmes attachés à des surfaces verticales.

a) Calculer la fréquence angulaire du système.

b) Si la vitesse du bloc au moment où il passe au point d'équilibre est v, quelle est l'amplitude de l'oscillation du bloc?



Problème IV*

Soit une particule ponctuelle soumise à un potentiel $V(x)$. Montrer que si x_0 est un minimum de $V(x)$, alors une particule située près de x_0 se comporte approximativement comme un oscillateur harmonique simple si elle reste dans un voisinage où $|x - x_0|$ est petit. Trouver la fréquence des oscillations autour du point $x_0 = 2^{1/6}\sigma$ pour une particule soumise au potentiel de Lennard-Jones:

$$V(x) = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]. \tag{3}$$

Problème V

Retrouver les identités trigonométriques suivantes en utilisant la formule d'Euler.

1. $\sin(\theta + \phi) = \sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\theta)\sin(\phi)$,
2. $\cos(\theta + \phi) = \cos(\theta)\cos(\phi) - \sin(\theta)\sin(\phi)$,
3. $\cos(3\theta) = 4\cos^3(\theta) - 3\cos(\theta)$,
4. $\sin(3\theta) = -4\sin^3(\theta) + 3\sin(\theta)$.