	Préing 2 Devoir Surveillé 2	
	Matière : **Intégration et probabilités** L'usage de tout appareil électronique est interdit Le barème est donné à titre indicatif.	*Date :* **23 Avril 2024** *Durée :* **1h** *Nombre de pages :* **1**

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.

Exercice 1 (3 points)

L'intégrale suivante est-elle convergente ?

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-x^2} - 1}{\sin(x) - x\cos(x)} dx$$

Exercice 2 (5 points)

Soit $R > 0$. On définit l'ensemble Δ et la fonction f par

$$\Delta = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + y^2 \leq R^2,\ x \geq 0,\ y \geq 0\right\} \quad \text{et} \quad f(x, y) = \frac{yx}{y^2 + 2(x^2 + y^2)}.$$

Représenter le domaine Δ puis calculer $\iint_\Delta f(x, y)dxdy$.

Exercice 3 (7 points)

On définit les points $A(1, 0)$, $B(1, 1)$ et $C(0, 1)$. Soit Γ la courbe composée des trois segments $[A, B]$, $[B, C]$ et $[C, A]$. On définit la forme différentielle ω par

$$\omega = P(x, y)dx + Q(x, y)dy \quad \text{où} \quad P(x, y) = \ln(x + 1) + \frac{x + y}{x + 1} \text{ et } Q(x, y) = \ln(x + 1).$$

1. En utilisant le théorème de Green-Riemann, calculer $\int_\Gamma \omega$.
2. Retrouver ce résultat en utilisant des intégrales curvilignes.
3. Soit $\Delta = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > -\frac{1}{2}\right\}$. Expliquer pourquoi l'intégrale de ω le long d'une courbe fermée à valeurs dans Δ vaut 0.

Exercice 4 (5 points)

Soit le domaine D et l'application f définis par

$$D = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ y \in [0, 1], z \in [0, 1], 0 \leq x \leq y\right\}, \quad f(x, y, z) = \frac{z}{(1 + 2x + y^2)^2}.$$

Représenter le domaine D et calculer $\iiint_D f(x, y, z)dxdydz$.