

INTÉGRATION ET PROBABILITÉS

CONTRÔLE CONTINU 1

◁ Consignes ▷

Durée : 60 mn

- ▶ Les documents et les supports électroniques sont interdits.
- ▶ L'épreuve est composée d'exercices indépendants.
- ▶ Le barème est à titre indicatif.
- ▶ La qualité de la rédaction et la rigueur des justifications seront prises en compte dans la notation.

◁ Sujet de l'épreuve ▷

Exercice 1 (4 pts)

1. Soit f et g deux fonctions définies sur l'intervalle $]0; +\infty[$. Énoncer le théorème d'intégration par parties sur un intervalle $]0; +\infty[$ en rappelant les hypothèses.
2. Après avoir montré que l'intégrale suivante converge, calculer la valeur de

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{\ln(t)}{t^2} dt.$$

Exercice 2 (5 pts)

Déterminer la nature de l'intégrale suivante

$$I = \int_1^{+\infty} \ln(t-1) - \ln(t) dt.$$

Exercice 3 (4 pts)

Déterminer la nature et, si elle converge, calculer la valeur de l'intégrale

$$J = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt.$$

Exercice 4 (7 pts)

On considère la suite $(f_n)_n$ de fonctions définies par

$$f_n(t) = \frac{1}{1 + (1 + \sin(t))^n}.$$

Déterminer, si elle existe, la limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f_n(t) dt$.