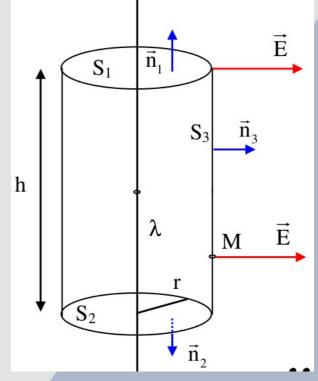


## Électromagnétisme

Chapitre 3 – Théorème de superposition et symétries







### Programme d'électrostatique

- Chapitre 1 Force entre deux charges
- Chapitre 2 Champ électrostatique
- · Chapitre 3 Théorème de superposition et symétries
- Chapitre 4 Théorème de Gauss
- Chapitre 5 Potentiel électrostatique
- Chapitre 6 Conducteurs en équilibre électrostatique





[7]

### 1.3 Théorème de superposition et symétries

#### 1.3.1 Invariances d'une distribution

### Invariance par translation

Si  $\rho(\vec{r})$  est invariante dans toute translation parallèle à un axe Oz, alors  $\vec{E}$  ne dépend pas de z

#### Invariance par rotation / symétrie axiale

Si  $\rho(\vec{r})$  est invariante dans toute rotation autour d'un axe Oz, alors  $\rho(\vec{r})$  présente une symétrie axiale.

Il convient alors d'utiliser les coordonnées cylindriques.

Dans ce cas,  $E(r, \theta, z)$  ne dépend pas de  $\theta$ .

#### Symétrie cylindrique

Si  $\rho(\vec{r})$  est invariante par toute translation parallèle à un axe Oz et toute rotation autour d'un axe Oz, alors  $\rho(\vec{r})$  présente une symétrie cylindrique.

Dans ce cas,  $E(r, \theta, z)$  ne dépend que de r.







1.3.2 Direction de **E** en un point d'un plan de symétrie ou d'antisymétrie

### Plan de symétrie

Si  $\rho(\vec{r})$  admet un plan de symétrie, alors en tout point de ce plan, le champ électrostatique est contenu dans ce plan.

### Plan de d'anti-symétrie

Si par symétrie par rapport à un plan, la distribution  $\rho(\vec{r})$  est transformée en  $-\rho(\vec{r})$ , c.a.d. qu'à une distribution de charge (+) (resp. (-)) correspond une charge (-) (resp. (+)), alors en tout point de ce plan, le champ électrostatique est perpendiculaire à ce plan





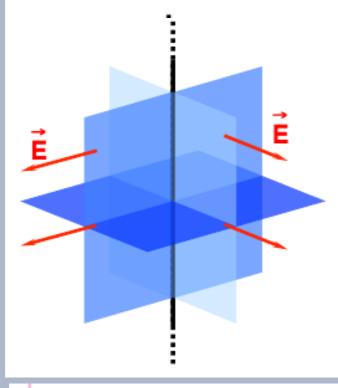
1.3.2 Direction de **E** en un point d'un plan de symétrie ou d'antisymétrie - Exemples

[7] • 2 charges identiques : pas de symétrie de translation symétrie miroir par tout plan passant par la droite (AB) symétrie miroir par le plan médiateur au segment [AB] symétrie de rotation autour de (AB) В UNIVERSITÉ



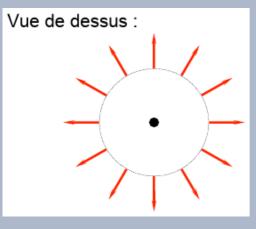
#### 1.3.2 Direction de **E** en un point d'un plan de symétrie ou d'antisymétrie - Exemples

[7]



#### fil infini chargé:

- symétrie de translation le long du fil
- symétrie miroir par tout plan passant par le fil
- symétrie miroir par tout plan perpendiculaire au fil
- symétrie de rotation autour de l'axe passant par le fil
- ⇒ symétrie axiale



CERGY PARI	s ERSITÉ
------------	-------------



#### 1.3.2 Direction de **E** en un point d'un plan de symétrie ou d'antisymétrie

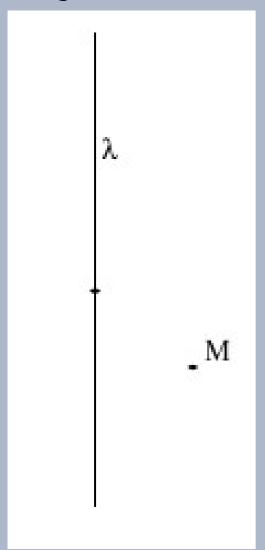
Н			





#### 1.3.3 Exemples

## Champ électrostatique créé par une distribution linéique uniformément chargée



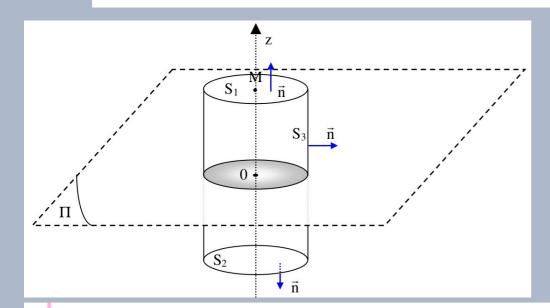
Il existe des symétries cylindriques et invariance de translation, par conséquent, le champ  $\vec{E}$  en M s'exprime en coordonnées cylindriques :  $\Rightarrow \vec{E}(r) = E(r) \cdot \vec{u}_r$ 





#### 1.3.3 Exemples

# Champ électrostatique créé par un plan infini uniformément plan infini $\Pi$ portant une charge électrique $\sigma$ uniforme par unité de surface.



 $\vec{E}$  appartient aux plans de symétrie, il est donc perpendiculaire à  $\Pi$ .

$$\Rightarrow \vec{E} = E_z(x,y,z) \vec{k}$$
 au point M

Il existe une invariance par translation selon x et y :

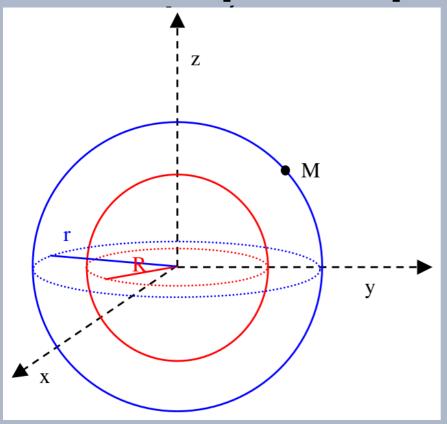
$$\Rightarrow \vec{E} = E_z(z) \vec{k}$$
 au point M





#### 1.3.3 Exemples

#### Champ électrostatique créé par une boule uniformément



symétrie sphérique.

$$\vec{E}(r) = E(r) \cdot \vec{u_r}$$





### **Bibliographie**

- [1]Polycopié de cours
- [2] <u>CUPGE CY : Introduction à l'électromagnétisme</u>
- [3] Wikipédia
- [4] Encyclopédie Universalis
- [5] David Sénéchal <u>« Histoire des sciences » PHQ399</u> Université de Sherbrooke, QC
- [6] pour la suite : Khan Academy , Unisciel etc.
- [7] Cours <u>LP 203 Champs électrique et magnétique</u> de Nicolas MENGUY

