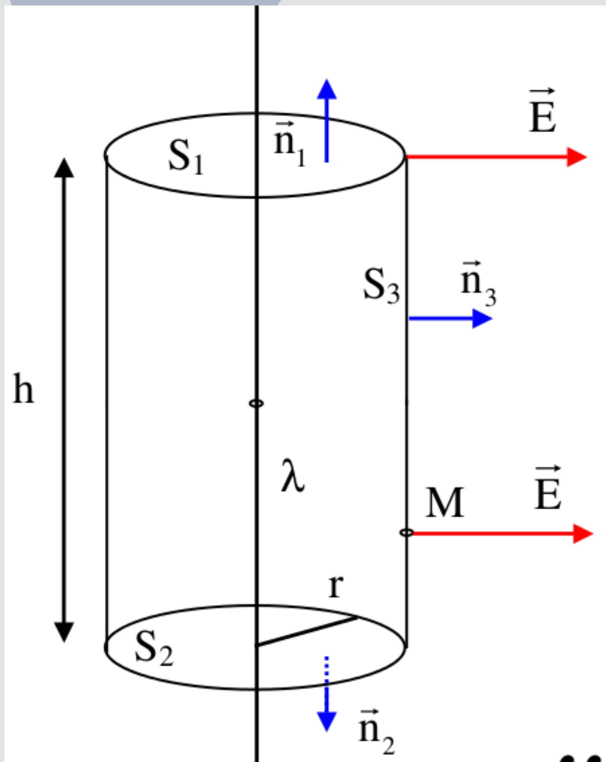
# Électromagnétisme

## Chapitre 2 – Champ électrostatique




Physique - 2023-2024

Présentation rédigée par Émilie Dupont (Cergy) : emilie.dupont@cyu.fr, CY308

# Programme d’électrostatique

- Chapitre 1 – Force entre deux charges
- **Chapitre 2 – Champ  électrostatique**
- Chapitre 3 – Théorème de superposition et symétries
- Chapitre 4 – Théorème de Gauss
- Chapitre 5 – Potentiel électrostatique
- Chapitre 6 – Conducteurs en équilibre électrostatique

# 1.2 Champ électrique

## 1.2.1 Unités rationalisées

*Loi de Coulomb :*

**Enoncé** : Soient la charge $q_1$, placée au point $M_1$, et la charge $q_2$, placée au point $M_2$.

La force $\overrightarrow{F_{1/2}}$ exercée par la charge ponctuelle $q_1$ sur la charge ponctuelle $q_2$ a pour expression :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{1/2}} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_{1\to 2}}$$

| | |
|---|---|
| $\overrightarrow{F_{1/2}}$ | force en Newton (N) de $q_1$ sur $q_2$ |
| $q_1$, $q_2$ | charges ponctuelles en Coulomb (C) |
| $r_{12}$ | (= $M_1M_2$) distance en Mètre (m) entre $q_1$ et $q_2$ |
| $\vec{u}_{1\to 2}$ | vecteur unitaire sans dimension dirigé de $M_1$ vers $M_2$ |

La constante $\boxed{k}$ dépend du milieu. [SI] : [$Kg.m^3.s^{-4}.A^{-2}$]

Dans le vide elle vaut : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$ [SI] avec $\varepsilon_0$, permittivité absolue du vide.

## 1.2.2 Lignes de champ

Lignes de champ

Une ligne de champ d'un champ de vecteur quelconque est une courbe C définie dans l'espace telle qu'en chacun de ses points, le vecteur y soit tangent.

$$\boxed{\vec{E} \wedge \vec{d\ell} = \vec{0}}$$

Dans le repère cartésien, $\vec{d\ell}$ s'écrit :

$$\vec{d\ell} = \begin{vmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \; *$$

Dans le repère de coordonnées cylindriques, $\vec{d\ell}$ s'écrit :

$$\vec{d\ell} = \begin{vmatrix} d\rho \\ \rho d\theta \\ dz \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho}{E_\rho} = \frac{\rho d\theta}{E_\theta} = \frac{dz}{E_z}$$

Dans le repère de coordonnées sphériques, $\vec{d\ell}$ s'écrit :

$$\vec{d\ell} = \begin{vmatrix} dr \\ r d\theta \\ r\sin\theta d\varphi \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad \frac{dr}{E_r} = \frac{r d\theta}{E_\theta} = \frac{r\sin\theta d\varphi}{E_\varphi}$$

# 1.2 Champ électrique

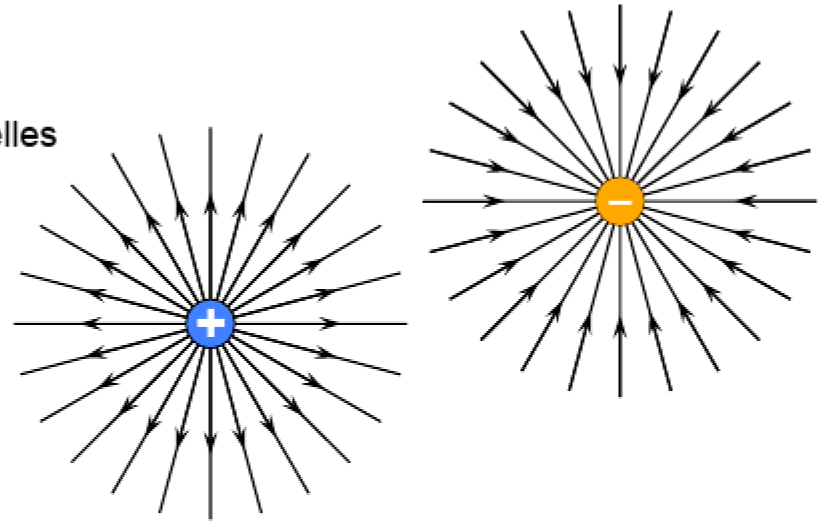
## 1.2.2 Lignes de champ

Les lignes de champ permettent de visualiser l'allure du champ électrique. Par construction :

- elles sont tangentes au vecteur $\vec{E}(\vec{r})$
- elles sont orientées dans le sens de $\vec{E}(\vec{r})$
- elles ne se croisent jamais.

Exemples :

• Charges ponctuelles



• www.edu.upmc.fr/uel/physique/elecstat/observer/champ/lc.htm

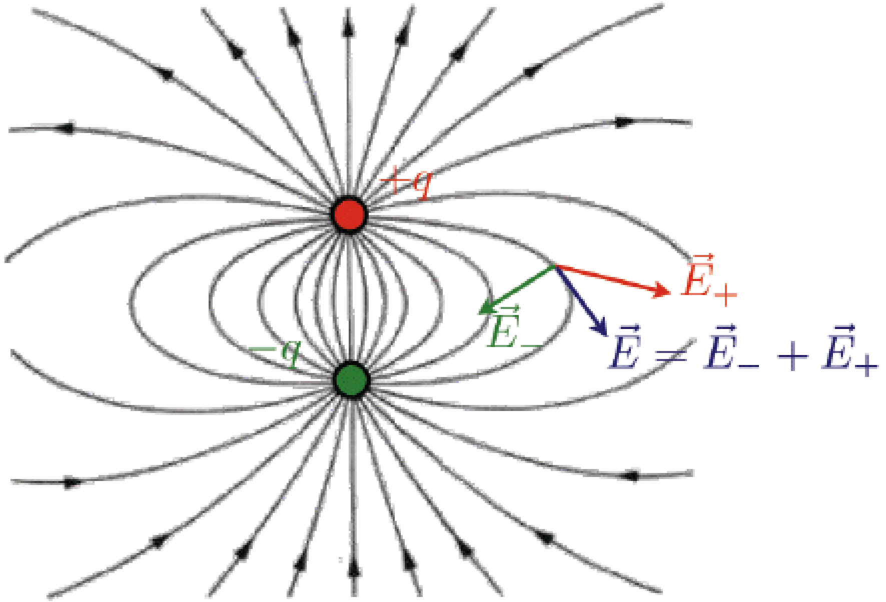
[7]

# 1.2 Champ électrique

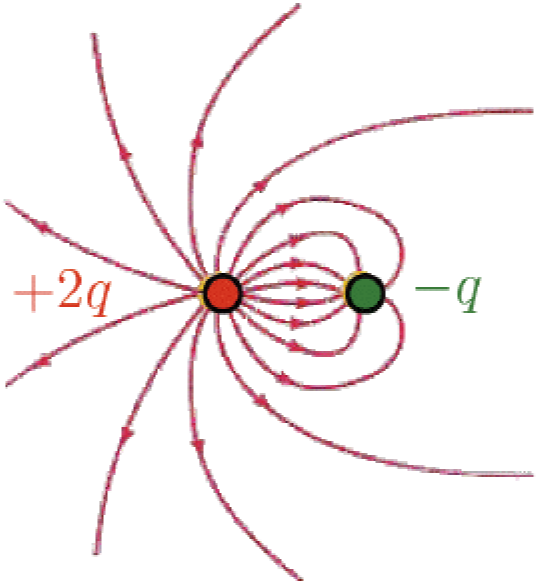
## 1.2.2 Lignes de champ

• www.edu.upmc.fr/uel/physique/elecstat/observer/champ/lc.htm

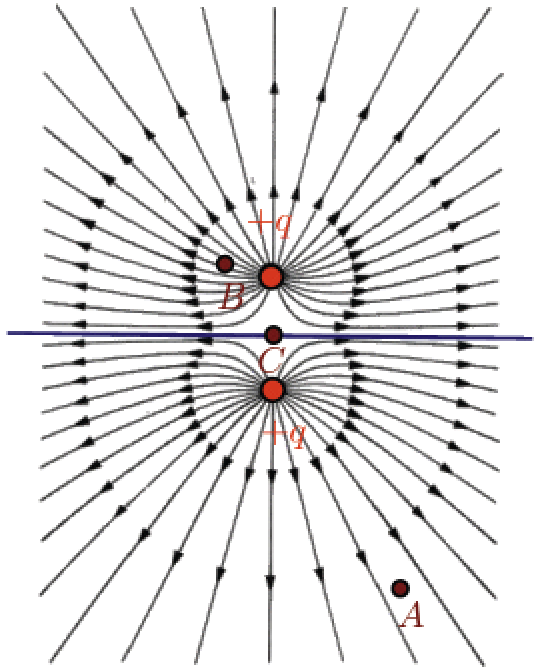
Dipôle :




2 charges opposées et différentes en valeur absolue



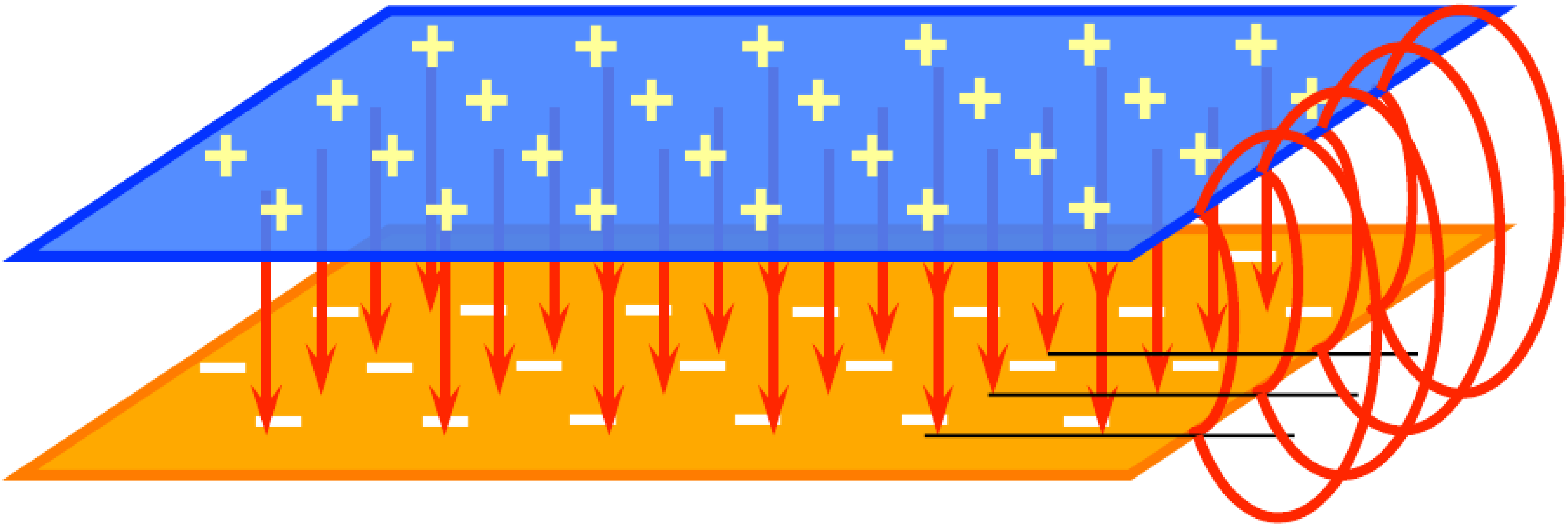

Ensemble de deux charges positives :




- $E_A < E_B$
- $E_C = 0$ (plan médian)

[7]

Deux plans chargés :



Le champ est uniforme entre les deux plaques.

# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

### 1. Définition du champ électrostatique

**Définition :** Si une particule ponctuelle de charge q, immobile en un point M de l'espace, est soumise à une force $\vec{F}$ autre que son poids et nulle si q est nulle, alors, il existe un champ électrostatique $\vec{E}$ au point M tel que :

$$\boxed{\vec{F} = q.\ \vec{E}}$$

$\vec{F}$ : force en Newton (N)

q : charge ponctuelle en Coulomb (C)

$\vec{E}$ : champ électrostatique en $N.C^{-1}$ ou $V.m^{-1}$

### 2. Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

Soit une charge q' placée en M et subissant de la part d'une charge ponctuelle q placée en P la force de Coulomb

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q.q'}{r^2}\vec{e}_{PM} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q.q'}{PM^3}\overrightarrow{PM} = q'.\ \vec{E}}$$

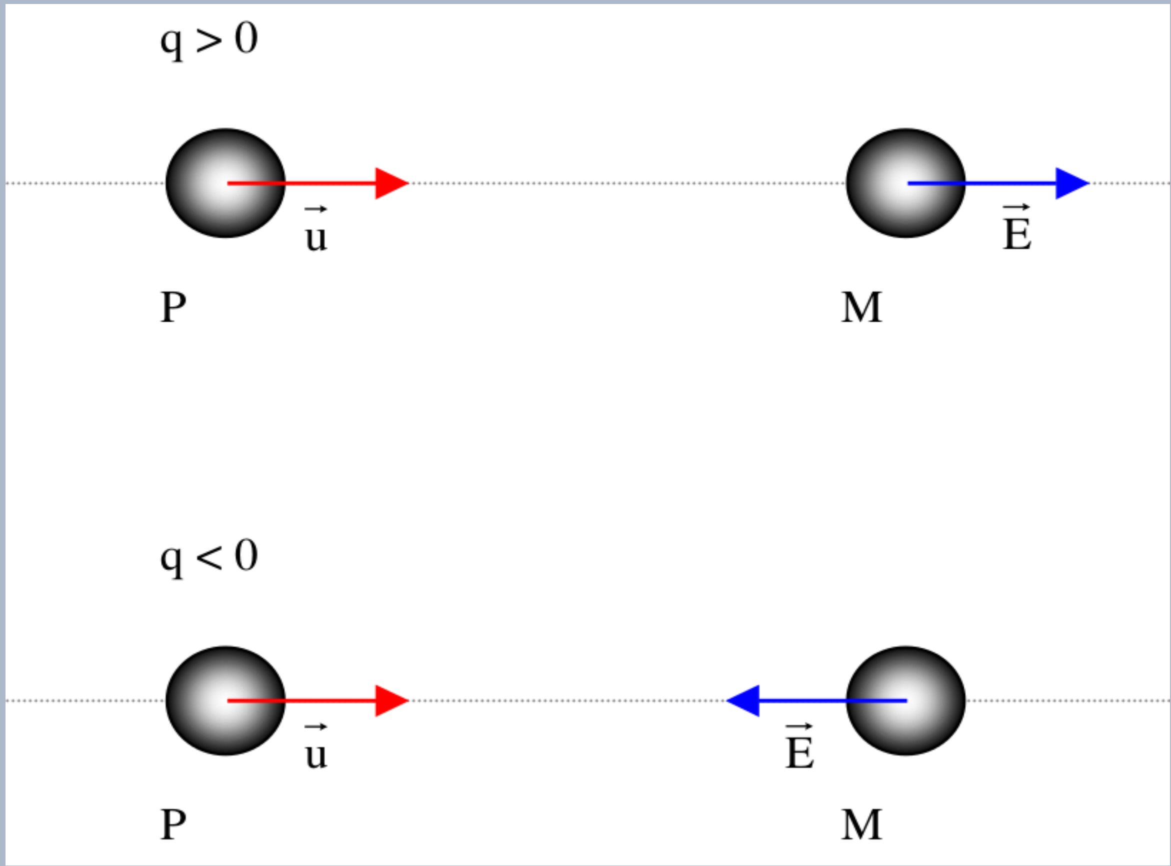
la charge q est en interaction coulombienne avec la charge q'.

# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{PM^3}\overrightarrow{PM}$$

| | |
|---|---|
| $\vec{E}$ | : champ électrostatique en M |
| q | : la charge en P |
| r | : distance PM |
| $\varepsilon_0$ | : permittivité du vide |



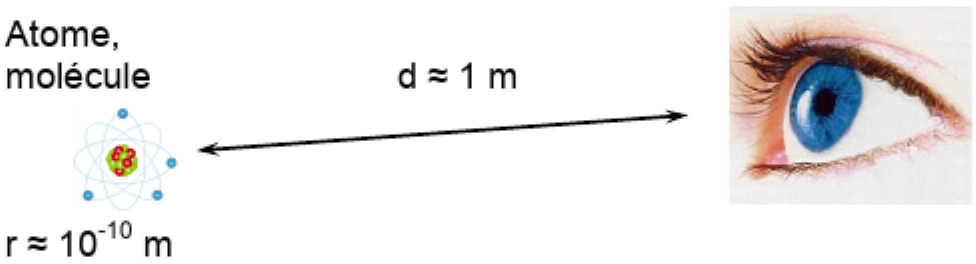
# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

### 3. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles (distribution discrète)

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{u}_i}{r_i^2}$$

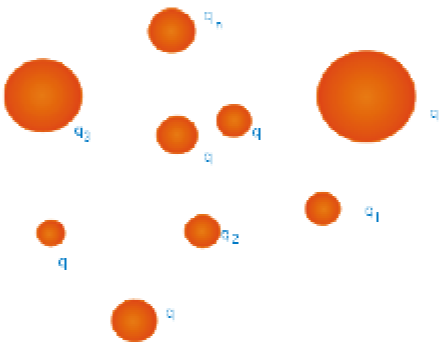
$$\vec{u}_i = \frac{\overrightarrow{P_iM}}{P_iM} = \frac{\vec{r}_i}{r_i}$$ : vecteur unitaire de la droite ($P_iM$) dirigé de P vers M




• distribution discrète

Ensemble de charges discernables par un observateur

$q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$



[7]

# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

Jusqu'à présent, nous avons étudié la force et le champ électrostatiques dans le cas des distributions de charges discrètes.

Grâce au principe de superposition qui traduit la linéarité et l'additivité des interactions électrostatiques, il est possible de généraliser les différents résultats précédemment obtenus aux cas de distributions de charges quelconques

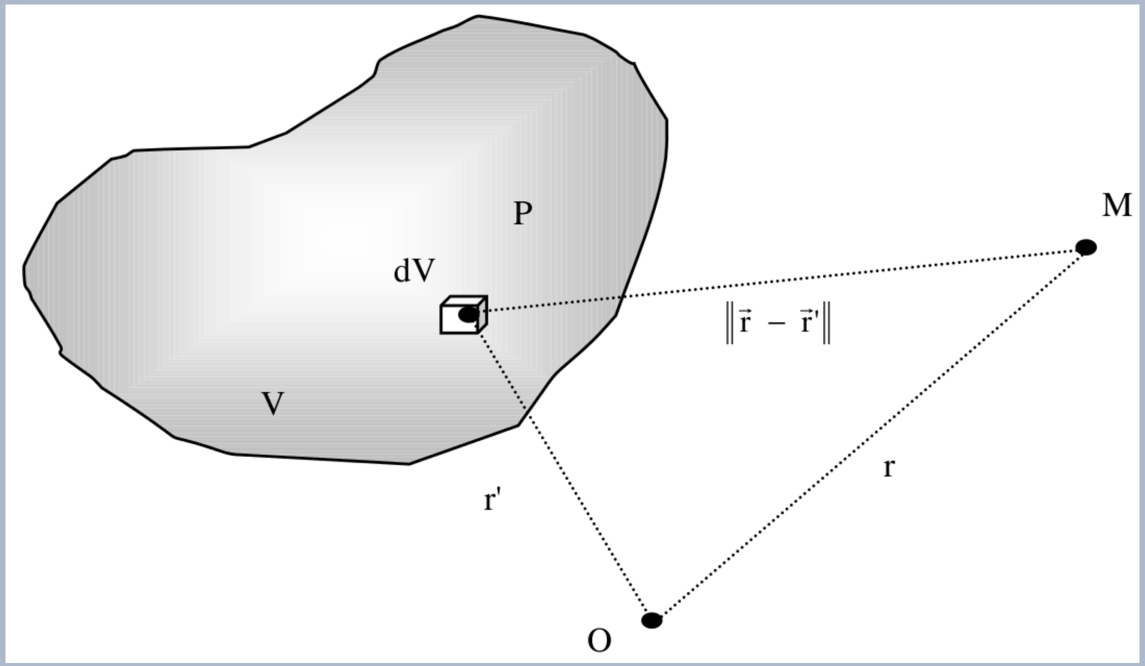
# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{P\in V}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}\,\rho(P)dV$$

**nouveauté**

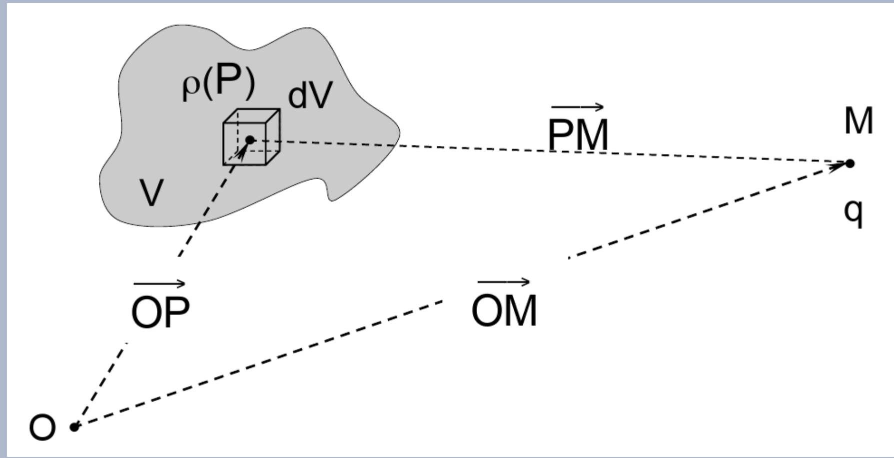
$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{P\in V}\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{\left\|\vec{r}-\vec{r}'\right\|^3}\,\rho(r')dV}$$



# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3} = \frac{\rho(P)\,dV}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$




la distribution de charge volumique :

$\rho\,dv = dq$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V \frac{\rho(P)}{PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}\,d\tau$$

$\vec{u}_i$

Pour une distribution surfacique :

$\sigma\,ds = dq$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{\sigma(P)}{PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}\,dS$$

$\vec{u}_i$

Pour une distribution linéique:

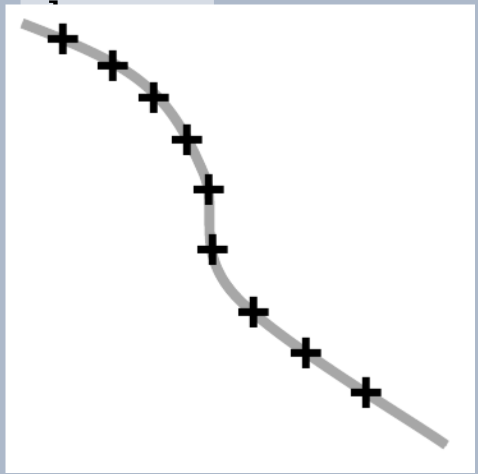
$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda(P)}{PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}\,d\ell$$

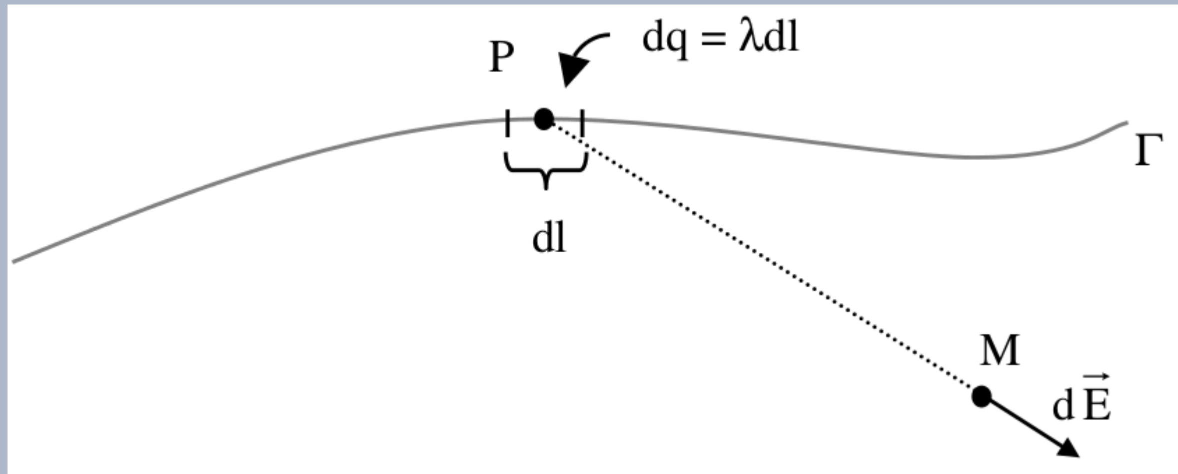
[7]

# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d’une distribution continue de charges

### 4. Champ électrostatique créé par une distribution linéique de






$$\vec{E}(M) = \int_{\Gamma} d\vec{E} = \int_{P\in\Gamma} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} = \int_{P\in\Gamma} \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

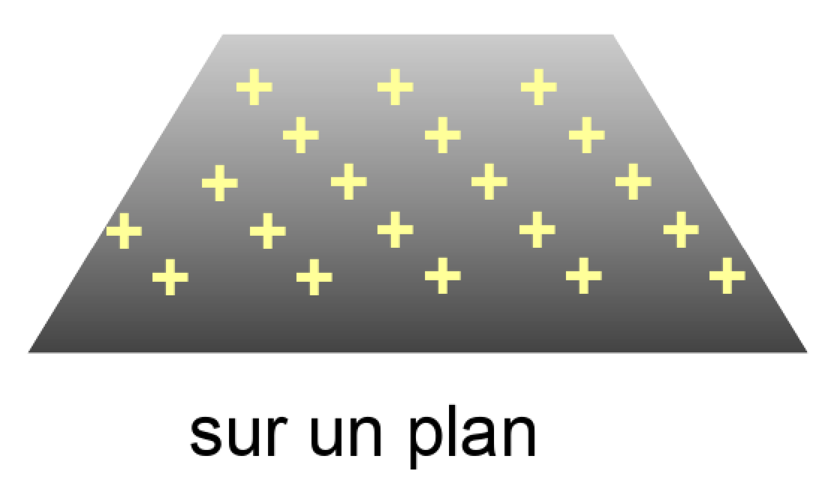
On définit la **densité linéique** de charges $\lambda$ par :

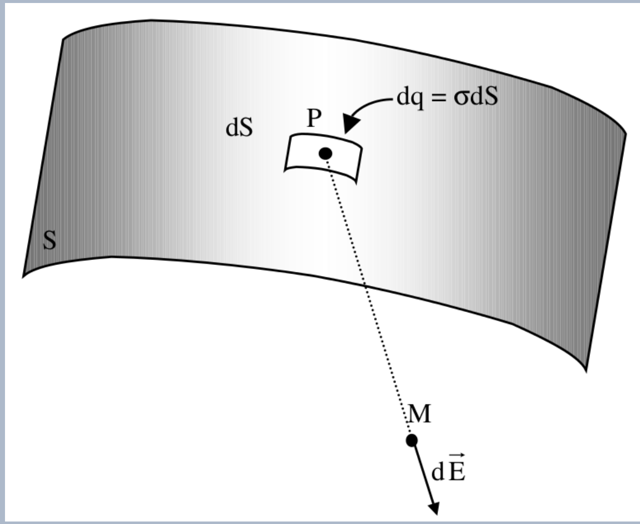
$$\boxed{\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dQ}{dl}} \quad \text{en } C \cdot m^{-1}$$

[7]

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

### 5. Champ électrostatique créé par une distribution surfacique de charges




$$\vec{E}(M) = \iint_S d\vec{E} = \iint_{P \in S} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} = \iint_{P \in S} \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} \text{ avec } \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

On définit la **densité surfacique** de charges $\sigma$ par :

$$\boxed{\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dQ}{dS}} \quad \text{en } C \cdot m^{-2}$$

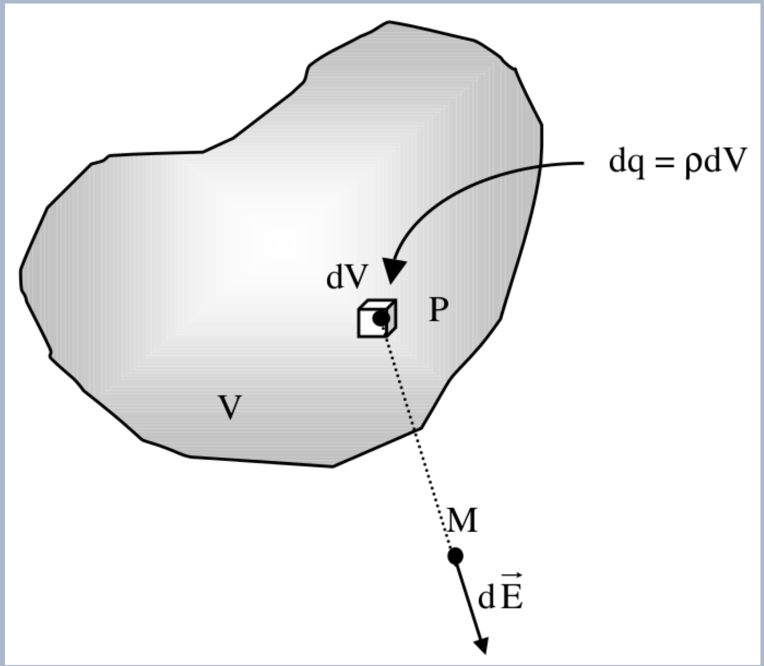
[7]

# 1.2 Champ électrique

## 1.2.3 Champ électrostatique d'une distribution continue de charges

6. Champ électrostatique créé par une distribution volumique de charges

$$\boxed{\rho = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta v} = \frac{dQ}{dv}} \qquad \text{en } C \cdot m^{-3}$$




$$\vec{E}(M) = \iiint_V d\vec{E} = \iiint_{P \in V} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} = \iiint_{P \in V} \frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

## 1.2.3 Champ électrostatique d’une distribution continue de charges

Définition et continuité du champ électrostatique

**Soit une collection de charges ponctuelles. Le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par cette collection est défini et continu en tout point de l'espace, sauf sur les charges.**

**Soit une distribution linéique de charges. Le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par cette distribution est défini et continu en tout point de l'espace, sauf sur les points de la distribution.**

**Soit une distribution surfacique de charges. Le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par cette distribution est défini et continu en tout point de l'espace, sauf sur les points de la distribution ; il est donc discontinu à la traversée de la surface.**

**Soit une distribution volumique de charges. Le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par cette distribution est défini et continu en tout point de l'espace.**

# Bibliographie


- [1]Polycopié de cours
- [2] CUPGE - CY : Introduction à l'électromagnétisme
- [3] Wikipédia
- [4] Encyclopédie Universalis
- [5] David Sénéchal - « Histoire des sciences » PHQ399 Université de Sherbrooke, QC
- [6] pour la suite : Khan Academy , Unisciel  etc.
- [7] Cours LP 203 - Champs électrique et magnétique de Nicolas MENGUY