CC3

Électromagnétisme

16 Janvier 2025 — PréIng2

Durée : 1h30 minutes (2h en cas de tiers temps)

Sont interdits :

— les documents ;
— tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;
— les déplacements et les échanges.

Consignes générales

Seules les dernières feuilles doivent être rendues :

1. la feuille-réponse du QCM :
   (a) y indiquer vos nom et prénom dès le début officiel de l'épreuve ;
   (b) *complètement noircir* la case correspondant à une bonne réponse (une simple croix ne sera pas comptabilisée) ;
   (c) il n'y a pas de point négatif pour une réponse incorrecte *sauf* pour les questions de cours (la moitié des points) ;
   (d) chaque question ne comporte qu'une seule réponse ;
2. les feuilles de réponses aux questions ouvertes.

Vérifier que ce document comporte 16 pages et 19 questions.

Les réponses aux questions ouvertes doivent être justifiées. Une attention particulière sera portée à la rigueur, à la qualité et au soin de la rédaction.

Le barème est donné à titre indicatif.

Questions de cours (4 points)

Question 1 (0.5 point)
Le **théorème d'Ampère** relie le *champ magnétique* $\vec{B}$ et l'*intensité* des courants I_i (comptés algébriquement) qui traversent toute surface ouverte S, s'appuyant sur un contour Γ. Il s'énonce :

- [ ] A $\oint_\Gamma \vec{B} \wedge \vec{dl} = \mu_0 \sum_i I_i$
- [x] C $\oint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \sum_i I_i$
- [ ] B $\oiint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{dS} = \mu_0 \sum_i I_i$
- [ ] D $\oiint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \sum_i I_i$
- [ ] E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 2 (0.5 point)
En étudiant les plans d'*anti-symétrie pour la distribution de courant*, on trouve que le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en M

- [ ] A a pour direction celle de la droite intersection d'un plan de symétrie et d'un plan d'anti-symétrie, passant par M.
- [x] B est inclus dans tout plan Π' d'anti-symétrie, passant par M.
- [ ] C a pour direction celle de la droite orthogonale à un plan Π' d'anti-symétrie, passant par M.
- [ ] D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

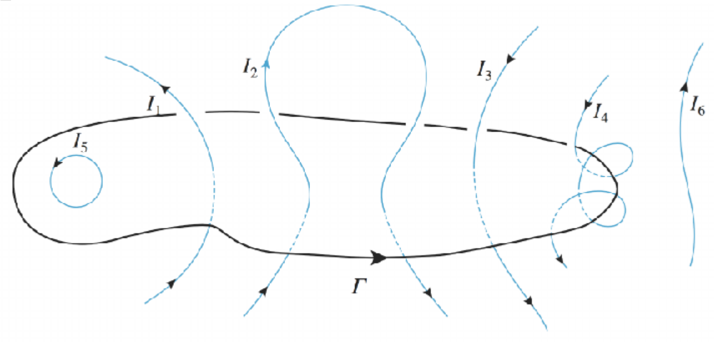
Question 3 (1 point)
Les quatre équations de Maxwell pour le champ éléctromagnétique sont :

- [ ] A $\text{div}\,\vec{E} = \rho$; $\text{div}\,\vec{B} = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
- [ ] B $\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\text{div}\,\vec{B} = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
- [x] C $\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\text{div}\,\vec{B} = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
- [ ] D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 4 (1 point)
Soient la densité de courant $\vec{j}$ et la densité volumique de charges ρ, l'équation locale de conservation de la charge électrique s'écrit alors :

- [ ] A $\text{div}\,\vec{j} - \varepsilon_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
- [ ] D $\text{div}\,\vec{j} - \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
- [ ] B $\text{div}\,\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
- [ ] E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*
- [x] C $\text{div}\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

Question 5 (1 point)

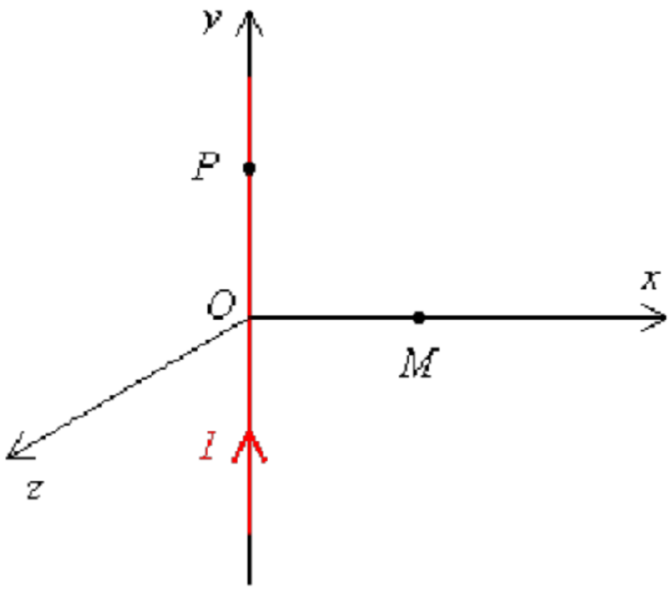


La circulation C du champ magnétique B sur le contour orienté Γ vaut :

- A $C = I_1 + 2I_2 - I_3 + 3I_4$
- B $C = -I_1 + I_3 - 3I_4$
- X $C = I_1 - I_3 - 3I_4$
- D $C = -I_1 + I_3 + 3I_4$
- E $C = I_1 + 2I_2 - I_3 - I_4$
- F $C = -I_1 + I_3 + 3I_4 - I_5 + I_6$
- G *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Fil rectiligne de longueur infinie (5 points)

Un fil rectiligne de longueur infinie est parcouru par un courant I uniforme et constant, schématisé sur la figure ci-dessous.



On se place dans la *base cartésienne* $\mathcal{B} = (\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$.

Soient le point M de coordonnées $(x, 0, 0)$ et le point P de coordonnées $(0, y, 0)$ associé à l'élément de courant $I\vec{dl}$.

Question 6 (1 point)
La **loi de Biot et Savart** permet de calculer le champ magnétique $\vec{B}$ en M, pour un fil parcouru par un courant I. Elle s'énonce :

- [ ] A $\vec{B}(M) = \oint_{P \in \text{ fil}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{MP}}{MP^2}$
- [ ] B $\vec{B}(M) = \oint_{P \in \text{ fil}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^2}$
- [x] C $\vec{B}(M) = \oint_{P \in \text{ fil}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$
- [ ] D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 7 (1 point)
En appliquant la **loi de Biot et Savart**, on trouve que le champ magnétostatique élémentaire $\overrightarrow{dB}(M)$ s'écrit :

- [ ] A $d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} dy\vec{e_z}$
- [ ] B $d\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} dy\vec{e_x}$
- [x] C $d\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} dy\vec{e_z}$
- [ ] D $d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} dy\vec{e_x}$
- [ ] E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 8 (2 points)
Démontrer l'expression du champ magnétostatique élémentaire $\overrightarrow{dB}(M)$.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 9 (1 point)
Sachant que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} \mathrm{d}y = \frac{2}{x}$, le champ magnétostatique total $\vec{B}$ vaut :

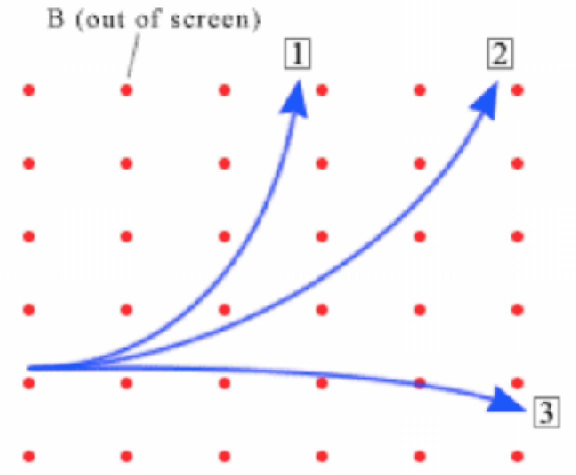
- [ ] A $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\vec{e_x}$
- [ ] B $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\vec{e_z}$
- [ ] C $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi y}\vec{e_z}$
- [ ] D $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}\vec{e_z}$
- [ ] E $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi y}\vec{e_x}$
- [x] F $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\vec{e_z}$
- [ ] G $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}\vec{e_x}$
- [ ] H $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\vec{e_x}$
- [ ] I *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Force de Lorentz (3 points)

Question 10 (0.5 point)
En présence d'un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ et sans champ électrique $\overrightarrow{E}$, une charge q à la vitesse $\overrightarrow{v}$ est soumise à une force de Lorentz $\overrightarrow{f_L}$ avec :

- X $\overrightarrow{f_L} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$
- B $\overrightarrow{f_L} = q\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{B}$
- C $\overrightarrow{f_L} = qB\overrightarrow{v}$
- D $\overrightarrow{f_L} = qv\overrightarrow{B}$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 11 (0.5 point)



Trois particules de même masse arrivent avec la même vitesse dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$, uniforme et constant, sortant (points rouges). Alors, la particule qui a une charge positive est la :

- A 2
- X 3
- C 1
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Des particules de charge $q > 0$ pénètrent à la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ constant et uniforme.

$\vec{v}$ est porté par l'axe des y et dirigé vers les $y > 0$: $\vec{v} = v_y\vec{e}_y$.

Et $\vec{B}$ est porté par l'axe des z et dirigé vers les $z > 0$: $\vec{B} = B_z\vec{e}_z$

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; x, y, z)$.

Question 12 (1 point)
La force de Lorentz $\overrightarrow{F}_L$ à laquelle sont soumises les particules vaut alors :

- A $\overrightarrow{F}_L = -qv_yB_z\vec{e_x}$
- B $\overrightarrow{F}_L = qv_yB_z\vec{e_z}$
- X $\overrightarrow{F}_L = qv_yB_z\vec{e_x}$
- D $\overrightarrow{F}_L = -qv_yB_z\vec{e_y}$
- E $\overrightarrow{F}_L = -qv_yB_z\vec{e_z}$
- F $\overrightarrow{F}_L = qv_yB_z\vec{e_y}$
- G *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 13 (1 point)
Détailler les calculs pour obtenir cette force de Lorentz $\overrightarrow{F}_L$.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Relation de dispersion (4 points)

Données : Rotationnel d'un champ vectoriel $\vec{U}$, dans la base de coordonnées cartésiennes $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{U} = \left(\frac{\partial U_z}{\partial y} - \frac{\partial U_y}{\partial z}\right)\vec{u_x} + \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial x}\right)\vec{u_y} + \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial y}\right)\vec{u_z}$$

On considère le champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{\alpha t - \beta x}\vec{e_z}$ dans le *vide* (α et $\beta \in \mathbb{C}$)

Question 14 (1 point)
Le rotationnel du champ électrique $\vec{E}$ vaut :

- [ ] A $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \beta E_y \vec{e_z}$
- [ ] B $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \beta E_y \vec{e_y}$
- [ ] C $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \beta E_z \vec{e_z}$
- [x] D $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \beta E_z \vec{e_y}$
- [ ] E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 15 (1 point)
En utilisant une des quatre équations de Maxwell, on trouve que le champ magnétique $\vec{B}$ vaut :

- [ ] A $\vec{B} = -\frac{\alpha}{\beta} E_y \vec{e_z}$
- [ ] B $\vec{B} = -\frac{\alpha}{\beta} E_z \vec{e_y}$
- [ ] C $\vec{B} = \frac{\beta}{\alpha} E_z \vec{e_y}$
- [ ] D $\vec{B} = \frac{\alpha}{\beta} E_z \vec{e_y}$
- [ ] E $\vec{B} = \frac{\alpha}{\beta} E_y \vec{e_z}$
- [ ] F $\vec{B} = \frac{\beta}{\alpha} E_y \vec{e_z}$
- [ ] G $\vec{B} = -\frac{\beta}{\alpha} E_y \vec{e_z}$
- [x] H $\vec{B} = -\frac{\beta}{\alpha} E_z \vec{e_y}$
- [ ] I *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 16 (1 point)
Le rotationnel du champ magnétique $\vec{B}$ vaut donc :

- [ ] A $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \frac{\beta}{\alpha}\vec{E}$
- [ ] B $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \frac{\alpha}{\beta}\vec{E}$
- [ ] C $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = -\frac{\beta}{\alpha}\vec{E}$
- [ ] D $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = -\frac{\beta^2}{\alpha}\vec{E}$
- [x] E $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \frac{\beta^2}{\alpha}\vec{E}$
- [ ] F $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = -\frac{\alpha}{\beta}\vec{E}$
- [ ] G *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

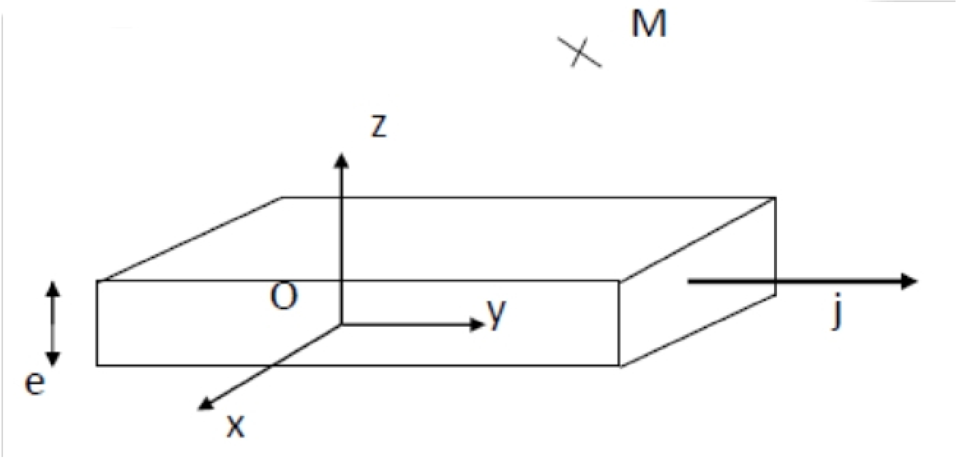
Question 17 (3 points)
Détailler le calcul de $\vec{B}$ en expliquant comment vous avez obtenu $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}$.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Pavé infini (2 points)

Un pavé d'épaisseur e et de largeur et longueur infinies, est parcouru par un courant (de vecteur densité de courant $\vec{j}$ uniforme et constant) comme détaillé sur la figure ci-dessous.

Le courant circule dans le sens de l'axe (Oy) orienté.

On repère un point M de l'espace dans la base de coordonnées cartésiennes : $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Le plan Oxy est le plan médian du pavé ; l'axe Oz est perpendiculaire à ses faces.



Soit $\vec{B}(M)$, le champ magnétique créé par cette distribution de courants en tout point $M(x, y, z)$ de l'espace.

Question 18 (1 point)
En cherchant les plans de symétrie et d'antisymétrie du champ magnétique, on trouve que :

- [ ] A Le plan parallèle au plan (yOz) en M est un plan d'antisymétrie.
- [ ] B Le champ magnétique $\vec{B}(M)$ est perpendiculaire au plan parallèle à (xOz) en M.
- [ ] C Le plan parallèle au plan (xOz) en M est un plan de symétrie.
- [x] D Le champ magnétique $\vec{B}(M)$ est perpendiculaire au plan (yOz) en M.
- [ ] E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 19 (1 point)
De plus, en regardant les invariances, le vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$ s'écrit :

- [ ] A $\vec{B}(M) = B(z)\vec{u}_y$
- [ ] B $\vec{B}(M) = B(x, y)\vec{u}_z$
- [x] C $\vec{B}(M) = B(z)\vec{u}_x$
- [ ] D $\vec{B}(M) = B(x, y)\vec{u}_x$
- [ ] E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Électromagnétisme - PréIng2 - CC3 - 2024/2025

NOM : ....

Prénom : ....

n° Groupe et filière : ....

Nom du chargé de TD : ....

codage du n° étudiant *horizontalement* (dans le sens de lecture)

1^er^ chiffre du n° étudiant

Dernier chiffre du n° étudiant

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

sens de remplissage

du n° étudiant

Réponses au QCM

Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.
La copie ne sera corrigée que si :

- **elle comporte vos nom, prénom et groupe ;**
- **les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;**
- **la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.**

Question 1 A B ☒ D E

Question 2 A ☒ C D

Question 3 A B ☒ D

Question 4 A B ☒ D E

Question 5 A B ☒ D E F G

Question 6 A B ☒ D

Question 7 A B ☒ D E

Question 9 A B C D E ☒ G H I

Question 10 ☒ B C D E

Question 11 A ☒ C D

Question 12 A B ☒ D E F G

Question 14 A B C ☒ E

Question 15 A B C D E F G ☒ I

Question 16 A B C D ☒ F G

Question 18 A B C ☒ E

Question 19 A B ☒ D E

Question 8 **Champ magnétostatique élémentaire** X5 X5 X X *Réservé à l'enseign*

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

$$\vec{dl} = dy\, \vec{e_y}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } M = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{PM} = \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix}$$

0.5 point

$$\vec{dl} \wedge \vec{PM} = \begin{pmatrix} 0 \\ dy \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -x\,dy \end{pmatrix}$$

0.5 point

$$PM^2 = x^2 + y^2$$

$$\boxed{\vec{dB}(M) = \frac{-\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} dy\, \vec{e_z}}$$

1 point

1 point

Question 13 **Force de Lorentz** 0 0.5 1 *Réservé à l'enseignant*

$\vec{v} = v_y \, \vec{e_z}$

$\vec{B} = B_z \, \vec{e_z}$

donc

$\vec{F_L} = q \vec{v} \wedge \vec{B} = q \begin{pmatrix} 0 \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix}$ 0.5 point

$\vec{F_L} = q \begin{pmatrix} v_y B_z - 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = q \, v_y \, B_z \, \vec{e_x}$ 0.5 point

Question 17 $\vec{B}$ **avec** $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}$ .25 .25 .5 *Réservé à l'enseignant*

$\vec{E} = E_0 \, e^{\alpha t - \beta x} \, \vec{e_z}$

$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x}\,\vec{e_y} = \beta\, E_0\, e^{\alpha t - \beta x}\,\vec{e_y}$ 1 point

$= \beta\, E_z\, \vec{e_y}$

or d'après l'équation de Maxwell :

$\boxed{\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} = \beta\, E_0\, e^{\alpha t - \beta x}\,\vec{e_y}$

1 point

donc $\vec{B} = \frac{-\beta}{\alpha}\, E_0\, e^{\alpha t - \beta x}\,\vec{e_y}$

$= -\frac{\beta}{\alpha}\, E_z\, \vec{e_y}$ 1 point

Feuille supplémentaire - (indiquer le numéro de la question rédigée)