

CC2
Électromagnétisme
21 Novembre 2024 — PréIng2

Durée : 1h30 minutes (2h en cas de tiers temps)

Sont interdits :

- les documents ;
- tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;
- les déplacements et les échanges.

Consignes générales

Seules les dernières feuilles doivent être rendues :

1. la feuille-réponse du QCM :
 - (a) y indiquer vos nom et prénom dès le début officiel de l'épreuve ;
 - (b) *complètement noircir* la case correspondant à une bonne réponse (une simple croix ne sera pas comptabilisée) ;
 - (c) il n'y a pas de point négatif pour une réponse incorrecte ;
 - (d) chaque question ne comporte qu'une seule réponse ;
 - (e) les questions ouvertes sont signalées par l'icône ♣ ;
2. les feuilles de réponses aux questions ouvertes.

Vérifier que ce document comporte 16 pages et 23 questions.

Les réponses aux questions ouvertes doivent être justifiées. Une attention particulière sera portée à la rigueur, à la qualité et au soin de la rédaction.

Le barème est donné à titre indicatif.

Questions de cours (4 points)

Question 1 (0.5 point) La loi de Biot et Savart permet de calculer le champ magnétique \vec{B} , pour une distribution linéique de courant où P point de la distribution de courant I . Elle s'énonce :

$\vec{B}(M) = \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$

$\vec{B}(M) = \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^2}$

$\vec{B}(M) = \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \overrightarrow{MP}}{MP^2}$

Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 2 (0.5 point) En étudiant les plans de symétrie pour la distribution de courant, on trouve que la direction du champ magnétique \vec{B} en M est :

inclus dans tout plan Π de symétrie, passant par M .

celle de la droite orthogonale à un plan Π de symétrie, passant par M .

celle de la droite intersection d'au moins deux plans de symétrie, passant par M .

Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 3 (0.5 point) Puisque le champ électrostatique \vec{E} est à circulation conservative, on définit la fonction potentiel électrostatique V par :

$\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}E$

$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$

$\vec{E} = \overrightarrow{\text{grad}}V$

Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 4 (0.5 point) Les lignes de champ de \vec{E} sont :

en tout point confondues aux équipotentiels.

en tout point perpendiculaires aux équipotentiels.

en tout point perpendiculaires au champ \vec{E} .

Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 5 (0.5 point) L'énergie potentielle d'interaction entre une charge q et un champ électrostatique \vec{E} dérivant du potentiel V est :

- A $E_p = qE + K$, avec K une constante.
- B $E_p = -qV + K$, avec K une constante.
- C $E_p = qV + K$, avec K une constante.
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 6 (0.5 point) Dans le cas d'une distribution volumique de charges, le potentiel électrostatique est :

- A non défini sur les points où se trouvent les charges.
- B défini et continu en tout point de l'espace.
- C défini sur la surface chargée et il n'est pas continu à la traversée de la surface.
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 7 (0.5 point) À l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique, le champ électrique créé par

- A toutes les charges (du conducteur et extérieures) est nul.
- B les charges extérieures au conducteur est nul.
- C les charges du conducteur est nul.
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 8 (0.5 point) Il y a une différence de potentiel de 10 V entre deux plaques distantes de 1 cm. La norme du champ électrique entre les plaques vaut :

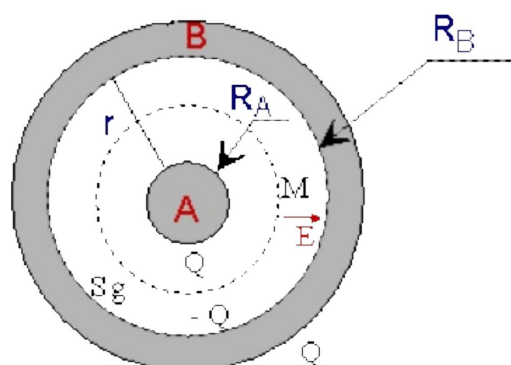
- A 1000 V/m
- B 250 V/m
- C 10 V/m
- D 500 V/m
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Condensateur sphérique (5 points)

Deux conducteurs sphériques concentriques A et B forment un condensateur.

A est une boule pleine portant une charge $+Q$ sur sa surface. Et B est un conducteur sphérique avec une cavité creusée à l'intérieur. B porte une charge $+Q$ sur sa surface extérieure et $-Q$ sur sa surface intérieure.

Soit R_A le rayon extérieur de A et R_B le rayon intérieur de B . S_g est la surface de Gauss qui sera utilisée par la suite.



Question 9 (1 point) Dans la base de coordonnées sphériques, le vecteur champ électrostatique \vec{E} en un point M situé entre les armatures vaut :

$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$

$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_\theta$

$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r$

$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_\theta$

Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 10 (1 point) La différence de potentiel entre les armatures $V_A - V_B$ s'écrit :

A $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_B + R_A}{R_B R_A}$

B $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_B - R_A}{R_B R_A}$

C $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_B + R_A}{R_B - R_A}$

D $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_A - R_B}{R_B R_A}$

E $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_B - R_A}{R_B + R_A}$

F *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 11 (1 point) La capacité du condensateur C vaut :

A $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_B R_A}{R_A - R_B}$

B $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_B R_A}{R_B - R_A}$

C $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_B + R_A}{R_B - R_A}$

D $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_B - R_A}{R_B + R_A}$

E $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_B R_A}{R_B + R_A}$

F *Aucune des réponses précédentes n'est correcte*

Question 12 ♣ (1 point) Détailler les calculs pour obtenir le champ électrostatique \vec{E} en un point M situé entre les armatures (invariances, symétrie et théorème de Gauss).

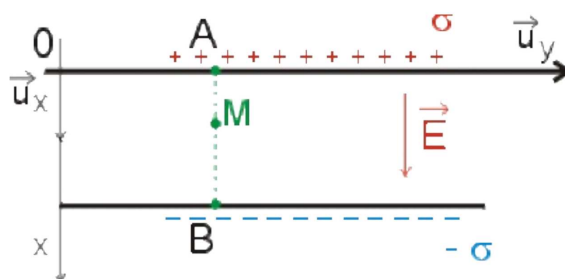
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 13 ♣ (1 point) Détailler les calculs pour obtenir la différence de potentiel $V_A - V_B$ et la capacité C du condensateur.

Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Plans chargés (4 points)

Deux plaques conductrices distantes de e sont chargées respectivement d'une densité surfacique de charges $+\sigma$ et $-\sigma$ (figure ci-dessous).



Question 14 (1 point) Dans la base de coordonnées cartésiennes, le vecteur champ électrostatique \vec{E} en un point M situé entre les plaques vaut :

- A $\vec{E} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \vec{u}_x$
- B $\vec{E} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$
- C $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_x$
- D $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 15 (1 point) La différence de potentiel entre les plaques $V_A - V_B$ s'écrit :

- A $V_A - V_B = -\frac{\sigma e}{2\epsilon_0}$
- B $V_A - V_B = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$
- C $V_A - V_B = -\frac{\sigma e}{\epsilon_0}$
- D $V_A - V_B = \frac{\sigma e}{2\epsilon_0}$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 16 ♣ (1 point) Détailler les calculs pour obtenir le champ électrostatique \vec{E} en un point M situé entre les plaques (invariances, symétrie et théorème de Gauss)..

Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 17 ♣ (1 point) Détailler les calculs pour obtenir la différence de potentiel $V_A - V_B$.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Cylindre chargé en volume (9 points)

On considère une distribution volumique uniforme de charges, répartie dans un cylindre de rayon R et de longueur infinie.

La densité volumique de charges ρ est constante et positive.

Question 18 (1 point) Dans la base de coordonnées cylindriques, le vecteur champ électrostatique \vec{E} créé par cette distribution est :

- A dirigé selon (Oz) .
- B de direction quelconque.
- C radiale.
- D appartient aux plans d'antisymétrie.
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 19 (1 point) Déterminer l'expression de l'intensité du champ électrostatique $\|\vec{E}\| = E(r)$, à la distance r de l'axe du cylindre, dans le cas où le point M est à l'*extérieur* du cylindre :

- A $E(r) = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0 r}$
- B $E(r) = \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0 r}$
- C $E(r) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$
- D $E(r) = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 20 (1 point) Déterminer l'expression de l'intensité du champ électrostatique $\|\vec{E}\| = E(r)$, à la distance r de l'axe du cylindre, dans le cas où le point M est à l'*intérieur* du cylindre :

- A $E(r) = \frac{\rho r^2}{2\epsilon_0}$
- B $E(r) = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$
- C $E(r) = \frac{\rho r}{\epsilon_0}$
- D $E(r) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 21 (1 point) Le potentiel électrostatique, en tout point M , à l'intérieur du cylindre a pour expression (k étant une constante) :

A $V(r) = \frac{\rho r^2}{4\epsilon_0} + k$

B $V(r) = \frac{\rho r^2}{\epsilon_0} + k$

C $V(r) = -\frac{\rho r^2}{4\epsilon_0} + k$

D $V(r) = -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln r + k$

E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 22 (1 point) Le potentiel électrostatique, en tout point M , à l'extérieur du cylindre a pour expression (k' étant une constante) :

A $V(r) = \frac{\rho R^2}{\epsilon_0 r} + k'$

B $V(r) = -\frac{\rho r^2}{4\epsilon_0} + k'$

C $V(r) = -\frac{\rho R^2}{\epsilon_0} \ln r + k'$

D $V(r) = -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln r + k'$

E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 23 (1 point) Si on fixe $V(r = R) = 0$, alors la constante k vaut :

A $k = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln R$

B $k = \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0}$

C $k = -\frac{\rho R^2}{\epsilon_0}$

D $k = -\frac{\rho R^2}{4\epsilon_0}$

E Aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 24 ♣ (1 point) Retrouver l'expression du champ électrostatique \vec{E} par application du théorème de Gauss à l'intérieur du cylindre.

Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 25 ♣ (1 point) Retrouver l'expression du champ électrostatique \vec{E} par application du théorème de Gauss à l'extérieur du cylindre.

Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 26 ♣ (1 point) Représenter $\|\vec{E}\| = E(r)$ en fonction de la position de M pour r variant de 0 à l'infini.

Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.



Électromagnétisme - PréIng2 - CC2 - 2024/2025

NOM :

Prénom :

n° Groupe :

Nom du chargé de TD :

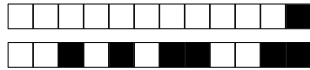
CODAGE DU N° ÉTUDIANT *HORIZONTALEMENT*
(DANS LE SENS DE LECTURE)

Premier chiffre du n° étudiant

Dernier chiffre du n° étudiant

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

SENS DE REMPLISSAGE
→
DU N° ÉTUDIANT



RÉPONSES AU QCM

Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.
La copie ne sera corrigée que si :

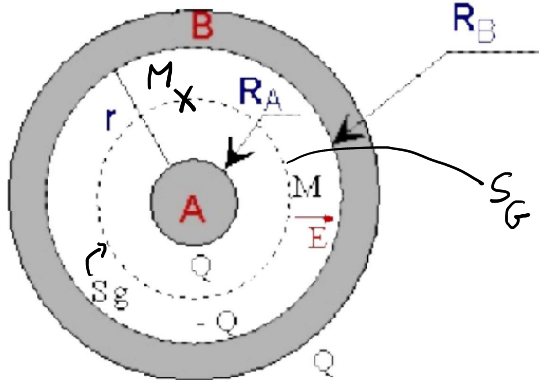
- elle comporte vos nom, prénom et groupe ;
- les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;
- la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.

- Question 1 A B C D
- Question 2 A B C D
- Question 3 A B C D
- Question 4 A B C D
- Question 5 A B C D
- Question 6 A B C D
- Question 7 A B C D
- Question 8 A B C D E
- Question 9 A B C D E
- Question 10 A B C D E F
- Question 11 A B C D E F
- Question 14 A B C D E
- Question 15 A B C D E
- Question 18 A B C D E
- Question 19 A B C D E
- Question 20 A B C D E
- Question 21 A B C D E
- Question 22 A B C D E
- Question 23 A B C D E



Question 12

\vec{E} du condensateur **05 05** Réservé à l'enseignant



$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \quad \text{car} \dots$$

$$M \in]R_a, r]$$

... système de coordonnées sphériques:

$$\dots \{0, (\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi)\}$$

$\vec{E} = E(r, \theta, \phi) \vec{u}$... la distribution de charges est invariante

... par rotation selon θ et $\phi \Rightarrow \vec{E} = E(r) \vec{u}$

• Tout plan contenant M et passant par le centre de la sphère A est

plan de symétrie $\Rightarrow \vec{E} = E(r) \vec{u}_r$ 0,5 point

Théorème de Gauss: $\Phi(\vec{E}) = \iint E(r) \vec{u}_r \cdot dS_r \vec{u}_r$

avec S_G sphère de centre O et de rayon r

$$\hookrightarrow \Phi(E) = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} E(r) r^2 \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi r^2 E(r)$$

$$\hookrightarrow q_{int} = Q_A = Q \Rightarrow \Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0} = 4\pi r^2 E(r)$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad \text{0,5 point}$$



Question 13

 $V_A - V_B$ et C du condensateur   Réservé à l'enseignant

$$\underline{V_A - V_B} = \int_B^A \text{grad} V \cdot d\vec{\ell} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

pour un déplacement radial de M : $d\vec{\ell} = dr \vec{u}_r$

$$\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E(r) dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V_A - V_B = - \int_{r=R_B}^{r=R_A} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{R_B}^{R_A}$$

0,5 point

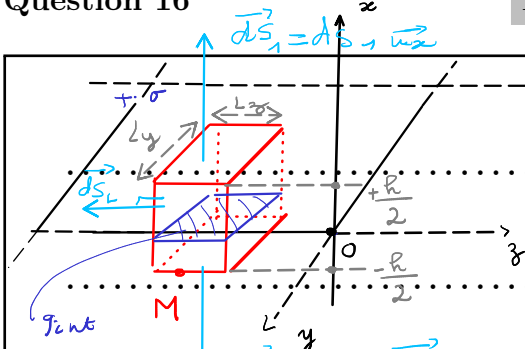
$$\underline{V_A - V_B} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_B - R_A}{R_A R_B}$$

or par définition : $V_A - V_B = \frac{Q}{C}$

$$\Rightarrow \boxed{C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}} \quad \underline{0,5 \text{ point}}$$

Question 16

\vec{E} entre les plaques **05 05** Réservé à l'enseignant



- choix du système de coordonnées:
 - ↳ cartésiennes (S_G : pavé) imposé par le sujet **Q14**
 - ↳ cylindriques (S_G : cylindre d'axe (Ox))

$$\vec{E} = E(x, y, z) \cdot \vec{u}_x$$

① Invariances... la distribution de charges est invariante...

par translation selon \vec{u}_y et $\vec{u}_z \Rightarrow E(x, y, z) = E(x)$

② Symétries: plan $P_1 = (M, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et $P_2 = (M, \vec{u}_z, \vec{u}_y)$

$\vec{E} \in P_1$ et $P_2 \Rightarrow \vec{E} = E(x) \vec{u}_x$ **0,5 pt**

③ Théorème de Gauss... soit S_G un pavé d'axe (Ox) , d.e.

hauteur h et de base rectangulaire de longueur L_y et largeur L_z

$$\Phi(\vec{E}) = \int_{S_G} E(x) \vec{u}_x \cdot d\vec{S} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

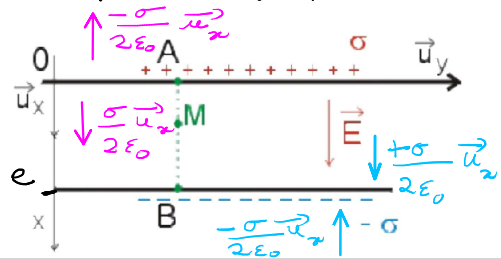
$\Phi_1 = \Phi_2$ (parité de \vec{E}) $\Rightarrow \Phi(\vec{E}) = 2\Phi_1 = 2S_1 E(x)$

et $q_{int} = +S_1 \sigma$ avec $S_1 = L_y L_z$ donc pour $+\sigma$:

$$E(x > 0) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

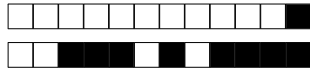
$$E(x < 0) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

en utilisant le principe de superposition: (cf schéma)



$$\vec{E}(0 < x < e) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$$
 0,5 pt

⚠ barème: **-0,5 pt** si pas le bon système de coordonnées ou x devient z mais raisonnement correct



Question 17

 $V_A - V_B$ entre les plaques **05 05** Réserve à l'enseignant

pour $0 < x < e$, $\vec{E} = E(x) \vec{u}_x = -\text{grad} V$

$$\text{donc } \vec{E} = \begin{vmatrix} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{dV}{dx} \\ -\frac{dV}{dy} \\ -\frac{dV}{dz} \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow \frac{dV}{dx} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ et V indépendant de y et z : 0,5 pt

$V(x=e) = V_B$ $x=e$

$$\int dV = \int -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dx \text{ soit}$$

$$V(x=0) = V_A \quad x=0$$

$$\left[V \right]_{V_A}^{V_B} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[x \right]_0^e \Leftrightarrow V_B - V_A = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} (e - 0)$$

donc $V_A - V_B = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$ 0,5 pt



Question 24 Champ électrique ($r < R$) du cylindre **05 05** Réservé à l'enseignant

① Définition et continuité: si distribution volumique des charges $\Rightarrow \vec{E}$ défini et continu sur tout l'espace.

② Invariances: si on tourne la distribution de charge de $\theta \Rightarrow$ reste inchangé: $\vec{E}(r, \theta, z)$
x cylindre infini selon l'axe $Oz \Rightarrow$ si on translate la distrib. de charge selon $Oz \Rightarrow$ reste inchangé \rightarrow invariance suivant z . $\vec{E}(r, \theta, z)$

③ Symétries:

- Tout plan P_1 , passant par M , défini par $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$, est un plan de symétrie $\Rightarrow \vec{E} \in P_1$
- Tout plan P_2 , passant par M , défini par $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est " " " $\Rightarrow \vec{E} \in P_2$

$\vec{E} = E(r) \vec{e}_r$

\vec{E} selon \vec{e}_r direction commune aux 2 plans de symétrie.

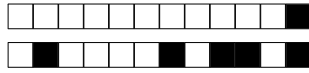
0,5 pt

④ Théorème de Gauss: $\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow \Phi = 2\pi r h E(r) \Rightarrow$

$E(r) = \left(\frac{1}{2\pi r h} \right) \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

$r \leq R$: q_{int} = portion de la charge du cylindre.

$q_{int} = \rho \cdot (\pi \cdot r^2 \cdot h) \Rightarrow E(r \leq R) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$ 0,5 pt

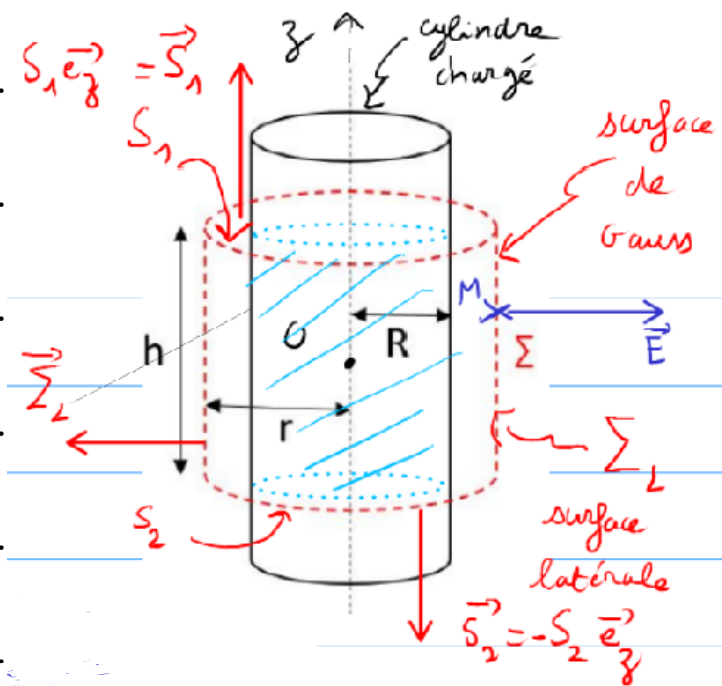


Question 25 Champ électrique ($r > R$) du cylindre 05 05 Réservé à l'enseignant

$r \geq R$: $q_{int} = Q$ totale sur une hauteur h

$q_{int} = \rho (\pi R^2 h)$ 0,5 pt

$E (r \geq R) = \frac{\rho R^2}{2 \epsilon_0 r}$ 0,5 pt





Question 26

Courbe de $E(r)$ **05** **05** Réservé à l'enseignant

$$E(r \geq R) = \frac{\rho R^2}{2 \epsilon_0 r}$$

$$E(r \leq R) = \frac{\rho r}{2 \epsilon_0}$$

0,5 pt 0, R et $\frac{\rho R}{2 \epsilon_0}$ correct

$E(r)$

0,5 pt courbe correct



