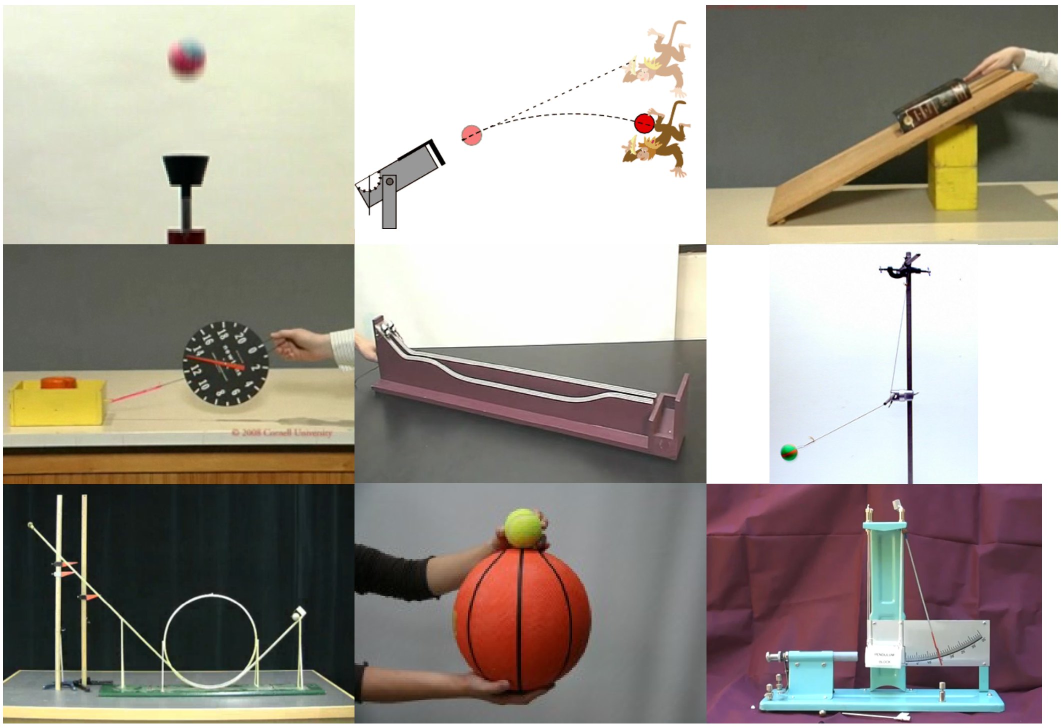
Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

Travaux dirigés



2013/2014

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1-MPI 2013-2014

Plan du cours

1 Dimensions, unités, analyse dimensionnelle

2 Calcul vectoriel : rappels

3 Cinématique

Position, vitesse, accélération ; chute libre, mouvement circulaire uniforme, relatif.

4 Dynamique

Les 3 lois de Newton, référentiels galiléens, quelques forces (force de gravitation, poids, force de contact solide, force de frottement fluide, tension d'une corde, force de rappel du ressort).

5 Travail et énergie

Travail, puissance, énergie cinétique et son théorème, énergie potentielle et forces conservatives/non conservatives, énergie mécanique et son théorème, courbes d'énergie potentielle, positions d'équilibre et leurs stabilités.

6 Systèmes de particules, collisions

Mouvement du centre de masse (quantité de mouvement, énergie), choc entre 2 masses ponctuelles (conservation de la quantité de mouvement, collisions élastiques/inélastiques).

Références bibliographiques

Liste non exhaustive de livres recommandés pour ce cours.

- Halliday, Resnick, Walker : "Physique 1. Mécanique", Dunod
- Hecht : "Physique 1 : Mécanique", de Boeck
- Alonso, Finn : "Physique générale 1", InterEditions
- Giancoli : "Physique générale 1", De Boeck Université
- Séguin : "Physique : Mécanique", de Boeck
- Gié, Sarmant : "Mécanique 1ère Année", Tec et Doc
- Pérez : "Mécanique : Fondements et applications", Masson
- Levy-Leblonc : "La physique en question : mécanique", Vuibert
- Valentin : "L'univers mécanique", Hermann

...

Site web du cours : `http ://cpinettes.u-cergy.fr/S1-Meca`

Vous y trouverez :
- des résumés du cours
- des petites questions pour vous aider à assimiler les notions du cours
- des corrigés (petites questions, partiels, examens)
- des liens vers des vidéos illustrant le cours/TD
- un formulaire de maths pour la physique

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

TD 1 : Unités et dimensions

Ex. 1
En utilisant les définitions d'une vitesse moyenne et d'une accélération moyenne, donner les dimensions d'une vitesse et d'une accélération. Déduire la dimension d'une force de la 2ème loi de Newton.

Ex. 2
Etablir les dimensions d'un travail, d'une puissance et d'une charge électrique. Rappeler leur unité dans le système international (S.I.).

Ex. 3
Une voiture américaine consomme en moyenne 4 gallons d'essence pour 100 miles. Calculer sa consommation en L / km.
1 gallon = 3,785 L et 1 km = 0,621 mile.

Ex. 4
Sachant que la force de Lorentz s'écrit $F = |q|\ vB\ |sin(\vec{v}, \vec{B})|$, en déduire la dimension du champ magnétique B puis son unité dans le système S.I.

Ex. 5
La force de Coulomb ayant comme expression $F = |qq'|/4\pi\epsilon_0 r^2$, établir la dimension de la constante universelle ϵ_0 puis son unité dans le système S.I.

Ex. 6
Déterminer la dimension de la constante R des gaz parfaits figurant dans l'équation d'état du gaz parfait $PV = nRT$ où P désigne la pression du gaz, V son volume, T sa température et n le nombre de moles gazeuses.
L'unité de la constante R dans le système S.I. est $J.mol^{-1}.K^{-1}$: vérifier que cette unité est compatible avec la dimension trouvée.

Ex. 7
Vérifier l'homogénéité des relations suivantes, sachant que k est la raideur d'un ressort :

$$a)\ x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad b)\ y = \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} \qquad c)\ E = \frac{1}{2}mR^2\omega^2 + mgR\sin\theta \qquad d)\ E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

Ex. 8
Trouver, à l'aide d'une analyse dimensionnelle, la formule donnant la poussée d'Archimède, sachant que cette force est fonction du volume du corps immergé V, de la masse volumique ρ du fluide et de l'accélération de pesanteur g.
Aide : on cherchera les valeurs des exposants α, β et γ satisfaisant l'équation $P_A = C\ V^\alpha \rho^\beta g^\gamma$, C étant une constante numérique sans dimension.

Ex. 9
Un pendule simple est un fil sans masse de longueur l au bout duquel est attaché un poids de masse m. Soit T la période des oscillations d'un tel pendule. T peut dépendre de g, l, m et θ l'angle maximum de déviation par rapport à la verticale. Galilée est le premier à s'être rendu compte expérimentalement que la période ne dépend que très faiblement de θ quand θ est petit. Montrer que dans ce cas la période T est une fonction de l et g uniquement.

Ex. 10
On lâche sans vitesse initiale un objet de masse m d'une hauteur h au-dessus du sol. On veut trouver par une analyse dimensionnelle une expression de sa vitesse finale v_f en négligeant tout frottement. Quelles sont les grandeurs pertinentes du problème ? En déduire une expression pour la vitesse v_f à l'aide d'une analyse dimensionnelle.

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

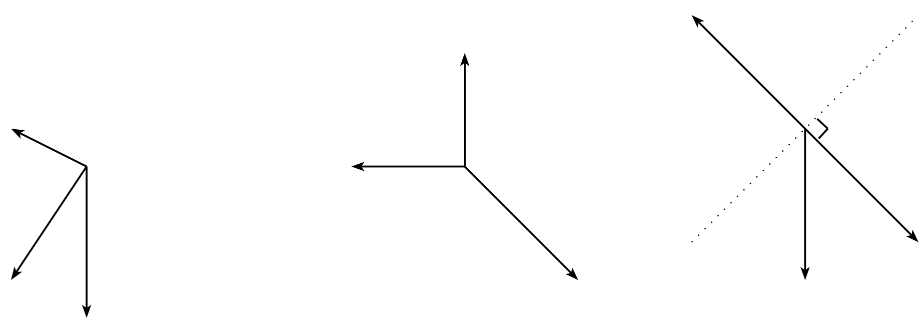
TD 2 : Vecteurs

1 Petites Questions

a) Si $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, $V = |\vec{V}|$ est-il nécessairement plus grand que $V_1 = |\vec{V}_1|$, $V_2 = |\vec{V}_2|$?

b) La somme de deux vecteurs de normes différentes peut-elle correspondre à un vecteur nul ? Est-ce possible avec trois vecteurs de normes différentes ?

c) Indiquer dans quels cas la somme des vecteurs donnés sur les figures ne peut avoir une résultante nulle.



(a) (b) (c)

d) Si $\vec{a}.\vec{b} = 0$ ceci implique que $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont perpendiculaires. Vrai ou faux ?

e) Si $\vec{a}.\vec{b} = \vec{a}.\vec{c}$ ceci implique que $\vec{b} = \vec{c}$. Vrai ou faux ?

2 Vol de la mouche

Une mouche vole d'un coin d'une chambre de dimensions 5m $\times$ 4m $\times$ 3m jusqu'au coin opposé sur la diagonale du parallélépipède.

a) Quelle est la norme de son vecteur déplacement ? Choisir un système de coordonnées et donner les composantes dudit vecteur. Le représenter graphiquement.

b) La longueur de la trajectoire de la mouche peut-elle être inférieure (supérieure ou égale) à la norme du vecteur déplacement ?

c) Si la mouche marchait au lieu de voler ; quelle serait la trajectoire la plus courte pour le même déplacement ?

3 Sommes et Différences de Vecteurs

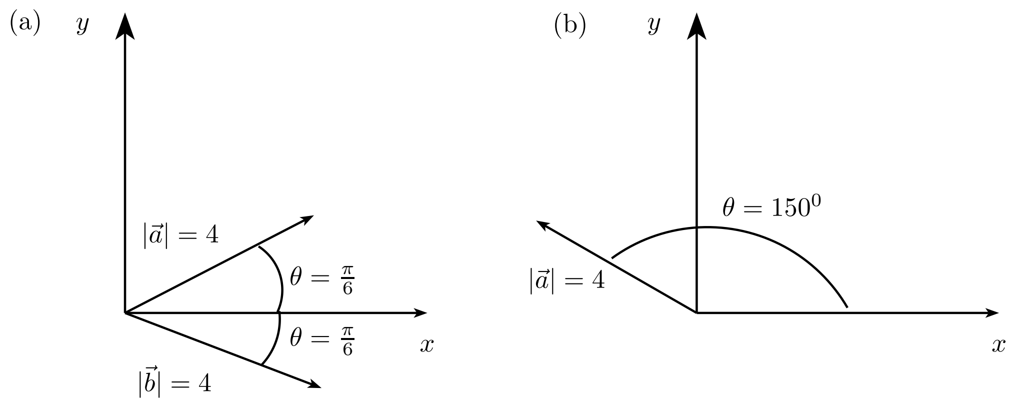
Etant donnés les vecteurs :

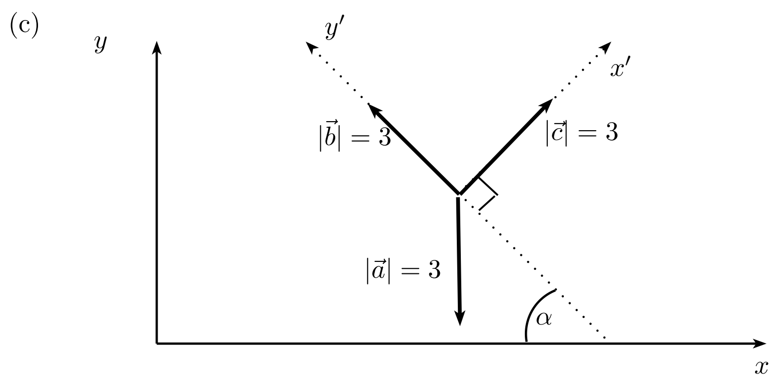
$$\begin{aligned} \vec{a} &= 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} &= \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{c} &= 3\vec{i} - 4\vec{k} \end{aligned}$$

Calculer : (a) $-5\vec{a}$; (b) $-\vec{a} + \vec{b}$; (c) $-2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$; (d) $(\vec{a} - \vec{b})/|\vec{c}| + \vec{c}$

4 Composantes de vecteurs

Trouver les composantes cartésiennes des vecteurs suivants et les indiquer sur le diagramme (la norme des vecteurs est indiquée en unités arbitraires). Pour le cas (c) projeter les vecteurs sur les axes (x',y') indiqués sur la figure :





5 Produit Scalaire

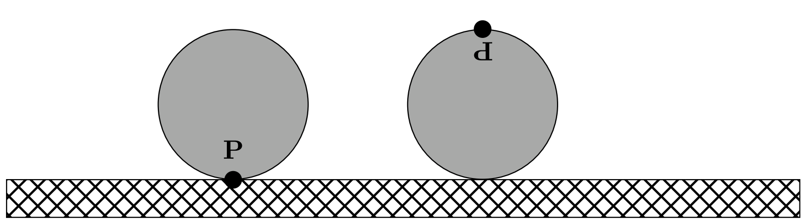
a) En utilisant la définition du produit scalaire de deux vecteurs, calculer les produits scalaires des vecteurs de base du repère cartésien.

b) En utilisant la propriété distributive du produit scalaire par rapport à l'addition montrer que si : $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ et $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$, alors : $\vec{a}.\vec{b} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$. En déduire l'expression de $a = |\vec{a}|$

c) Trouver l'angle formé par les vecteurs : $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ et $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k}$.

6 Et pour terminer

Une roue d'un rayon de $R = 45$cm roule sans glissement d'un demi-tour. On repère le point de contact avec le sol à $t = 0$ avec la lettre **P**. Trouver (i) la norme et (ii) l'angle par rapport au sol du vecteur déplacement du point **P** lors de ce déplacement.



Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

TD 3 : Cinématique 1d

1 Vitesse Moyenne

a) Un joueur de cricket lance une balle à une vitesse de 160 km/h vers le batteur, distant de 18,4 m. Quel est le temps de vol de la balle ?

b) Un pilote de chasse s'exerce au vol en dessous du radar. Il vole horizontalement à une altitude de 35 m et à une vitesse de 1300 km/h. Subitement il rencontre un terrain qui a une pente de $4,3^o$. Cette pente est suffisamment douce pour être difficile à détecter. De combien de temps dispose le pilote pour ne pas s'écraser ?

2 Vitesse Instantanée

La position d'une particule, se déplaçant le long de l'axe x, est donnée par l'équation :
$x = 9,75 + 1,50t^3$, où t est mesuré en secondes et x en mètres. Calculer :

a) la vitesse moyenne entre $t = 2,00$ s et $t = 3,00$ s

b) la vitesse instantanée à $t = 2,00$ s, $t = 3,00$ s et $t = 2,50$ s.

c) la vitesse lorsque la particule se trouve à mi-chemin entre sa position à $t = 2,00$ s et à $t = 3,00$ s

d) Tracer le graphe de $x(t)$, indiquant graphiquement vos réponses.

e) Mêmes questions pour $x = 5 + 2t^2$ *(à faire à la maison).*

3 Accélération Constante

a) Un électron avec une vitesse initiale de $v_0 = 1,50 \times 10^5 \text{ms}^{-1}$ rentre dans une région longue de 1 cm où il est accéléré électriquement. Il sort avec une vitesse de $5,70 \times 10^5 \text{ms}^{-1}$. Supposant que l'accélération est constante, quelle est sa valeur ?

b) L'ascenseur à l'hôtel Marriott a un parcours de 190 m le long de l'axe y. Il a une vitesse maximale de 305 m/min et son accélération et décélération sont de même norme : $|a_0| = 1,22\text{ms}^{-2}$.

   i) Quelle distance est parcourue par l'ascenseur dans la phase d'accélération : repos $\rightarrow$ vitesse maximale ?

   ii) Combien de temps faut-il pour faire le trajet de 190 m, commençant et terminant au repos ?

   iii) Tracer les graphes de $a(t)$, $v(t)$ et $y(t)$.

4 Chute Libre

a) Un étudiant, content de la fin du cours de mécanique, lance son cartable en l'air (verticalement selon l'axe y).

   i) Avec quelle vitesse faut-il le lancer pour qu'il atteigne une altitude maximum de 10 m ?

   ii) Combien de temps passe-t-il en l'air ?

   iii) Tracer les graphes de $y(t)$, $v(t)$ et $a(t)$, en indiquant sur les deux premiers le moment où le cartable a atteint 10 m.

b) Une Montgolfière monte à une vitesse de 12ms^{-1} et se trouve à 80 m du sol lorsqu'un sac de sable est lâché.

   i) Combien de temps faut-il pour que le sac de sable touche le sol ?

   ii) Avec quelle vitesse touche-t-il le sol ?

5 Le lapin

Le graphique de la figure ci-dessous représente la position d'un lapin dans un tunnel droit en fonction du temps.

a) Quelle est sa vitesse moyenne entre t=0 et t=20s et entre t=40s et t=50s ?

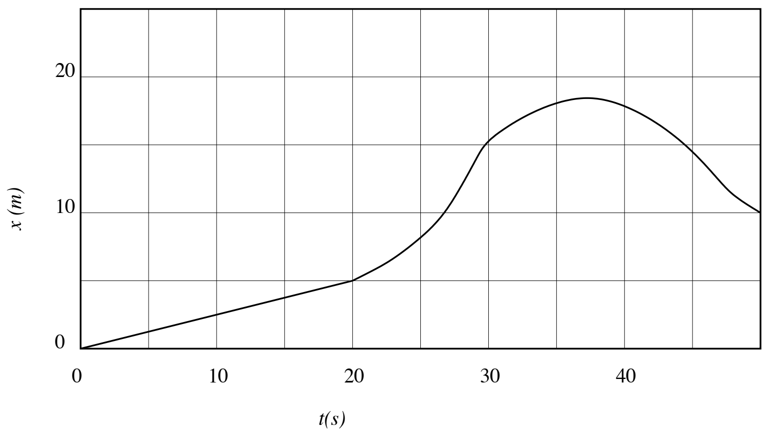
b) Estimez sa vitesse instantanée à t=10s et à t=30s.

c) La vitesse du lapin est-elle constante à certaines périodes de temps ? Si oui, indiquez lesquelles.

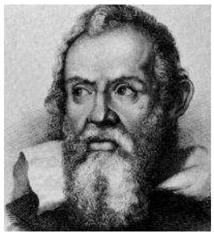
d) A quel moment le lapin atteint une vitesse maximale ?

e) Le lapin s'arrête-t-il à un moment quelconque ? Si oui lequel ?

f) Pendant la période illustrée sur la figure, le lapin court-il toujours dans le même sens ?



Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point



Galileo Galilei

Galileo Galilei (1564-1642) dit Galilée, physicien et astronome italien, célèbre pour avoir jeté les fondements de la mécanique et pour sa défense obstinée de la conception copernicienne de l'univers. En mécanique, il a surtout étudié la chute des corps, le plan incliné et le mouvement du pendule. En astronomie, il a réalisé d'importantes découvertes grâce à sa lunette astronomique. Il est souvent considéré comme le père de la méthode expérimentale.

TD 4 : Cinématique 2d et 3d

A Projectiles

1 Je n'aime pas les chats ! *[Voir vidéo en ligne]*

Une gamine veut lancer une pierre sur un chat perché dans un arbre. Dès qu'elle tire, le chat se laisse tomber.
Comment la gamine doit-elle viser pour atteindre le chat avant qu'il ne touche le sol ? (direction de la vitesse initiale et condition sur sa norme)

2 Le tir parabolique *[Voir vidéo en ligne]*

Un projectile est lancé du sol avec une vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle θ_0 avec l'horizontale.

a) Exprimer la hauteur maximale atteinte par le projectile en fonction de v_0 et θ_0.

b) A quelle distance d du point de départ atterrit le projectile ?

c) Montrer qu'il existe un autre angle possible pour atteindre la même distance d. Précisez cet angle.

d) Pour quelle valeur de l'angle θ_0 la distance d est-elle maximale ?

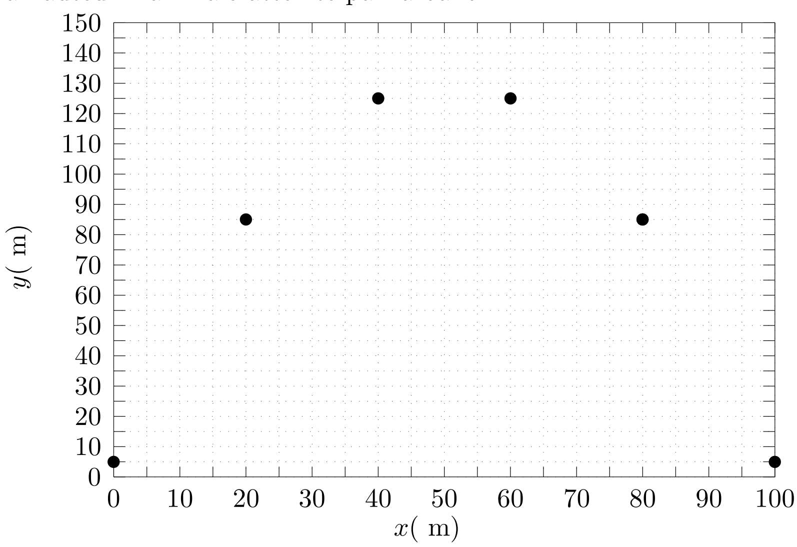
3 Une balle en l'air

Une balle est lancée à partir du deuxième étage d'une maison vers une personne se trouvant aussi au deuxième étage d'un immeuble distant de 100m. Une photographie stroboscopique de ce lancer est prise. La trajectoire est montrée dans le graphique ci-dessous. Les flashs ont lieu toutes les 2 s, et la balle a été lancée à $t = 0$. On prendra $g = 10\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

a) Quelle est la vitesse initiale de la balle ?

b) Quelle est la vitesse de la balle au point le plus haut de sa trajectoire ?

c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle ?



4 Un colis venu des airs

Un avion humanitaire vole à une vitesse de 290 $\mathrm{km\,h^{-1}}$ et plonge sur sa cible à un angle de 30^0 en dessous de l'horizontale. Le pilote lâche un colis à 700 m de sa cible (distance au sol).

a) Quel est le temps de vol du colis ?

b) Quelle était l'altitude de l'avion lorsque le colis a été lâché ?

B Mouvement Circulaire Uniforme

1 Différents Satellites

a) Des satellites de reconnaissance, de prospection ou de surveillance sont parfois lancés autour de la Terre sur une orbite circulaire uniforme à 150 km seulement de la Terre.

   Calculer leur période de rotation.

b) Pour les télécommunications, nous avons besoin de satellites géostationnaires, fixes dans le ciel. Ces satellites ont une orbite circulaire uniforme dans le plan de l'équateur avec la même période de rotation T que la Terre.

   Calculer l'altitude des orbites géostationnaires.

On donne la masse de la Terre : $M_T = 6 \times 10^{24}$ kg, le rayon de la Terre : $R_T = 6400$ km et la constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}.

2 Le TGV

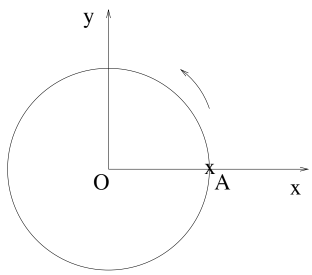
Le TGV a une vitesse moyenne de 216 $\mathrm{km\,h^{-1}}$ en service normal. Si le train prend un virage à cette vitesse, et il est précisé que les passagers ne doivent pas subir une accélération centripète supérieure à $0,05g$:

a) Quel est le rayon le plus petit pour la courbe ? (prendre $g = 9,8$ $\mathrm{m\,s^{-2}}$).

b) A quelle vitesse le train doit-il prendre un virage de rayon 1 km ?

3 Quelques vitesses de rotation

Dans le plan xy, un point matériel M effectue un mouvement circulaire uniforme de rayon $R = 2$ m autour de l'origine O, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. La période du mouvement est $T = 12$ s. A $t = 0$, le point est situé en A (voir figure).



Calculer *(on fera l'approximation $\pi \simeq 3$ pour simplifier les A.N.)* :

a) la vitesse angulaire.

b) les coordonnées cartésiennes de M aux instants $t_1 = 3$ s et $t_2 = 6$ s.

c) le vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m$ entre t_1 et t_2.

d) les vecteurs vitesse $\vec{v}_1$ à t_1 et $\vec{v}_2$ à t_2 ,

e) le vecteur accélération moyenne $\vec{a}_m$ entre t_1 et t_2.

f) les vecteurs accélération $\vec{a}_1$ à t_1 et $\vec{a}_2$ à t_2.

C Mouvement relatif

1 L'escalateur en panne

Une personne monte à pieds un escalateur en panne, long de 15 m, en 90 s. Lorsque la personne se met en position stationnaire sur le même escalateur une fois réparé, elle traverse la même distance en 60 s.

a) Combien de temps faut-il pour monter si la personne marche sur l'escalateur qui fonctionne?

b) Est-ce que ce résultat dépend de la longueur de l'escalateur ?

2 Bateau sur l'eau

Un bateau doit traverser un fleuve de largeur L. La vitesse d'écoulement de l'eau du fleuve par rapport à la terre, $\vec{v}_0$, est parallèle aux rives et constante. La vitesse $\vec{v}_1$ du bateau *par rapport à l'eau* est constante.

a) Quel doit être l'angle entre $\vec{v}_0$ et $\vec{v}_1$ pour que le bateau arrive juste en face du point de départ si $\| \vec{v}_1 \| = 2 \| \vec{v}_0 \|$?

b) En déduire la vitesse du bateau par rapport à la terre.

D Le piston

On considère un système articulé en **A** et constitué de deux barres identiques **OA** et **AB** assujetties à rester dans le plan x, y. **O** est fixe et **B** glisse le long de l'axe x et l'angle entre **OA** et l'axe x, φ, varie tel que $\varphi = \omega t$. Chaque barre est de longueur $2b$.

a) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du milieu, **M**, de **AB**. Décrire cette trajectoire.

b) Déterminer la vitesse et l'accélération du point **M**.

c) Déterminer les expressions des coordonnées du point **B** en fonction du temps.

d) La vitesse maximale du point **B** est de 12 $\mathrm{m\,s^{-1}}$ et $b = 1$ cm. Déterminer la vitesse de rotation en tour/min du point **A** dans son mouvement de rotation autour de O.

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

Isaac Newton

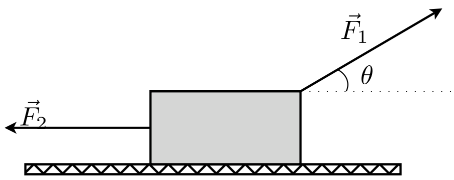
Isaac Newton (1642 – 1727), physicien et mathématicien anglais. Il a inventé le calcul infinitésimal et intégral, posé les bases de la mécanique classique avec ses trois lois et découvert la loi d'attraction universelle. Il a aussi réalisé d'importants travaux en optique. Son ouvrage "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" paru en 1687 est considéré comme une oeuvre majeure dans l'histoire de la science.

TD 5 : Les Lois de Newton

A Petites Questions

1 Le bloc de glace

On tire un bloc de glace le long d'un sol plan avec deux forces, $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$, comme indiquées sur la figure. On peut négliger les forces de frottement entre le bloc de glace et le sol. Les deux forces sont choisies pour que la vitesse de glissement reste constante. Si l'angle θ est diminué, pour garder la vitesse constante faut-il augmenter, diminuer ou garder constante la norme de la force $\vec{F_2}$?

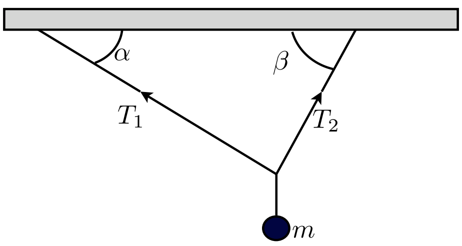


2 Chute libre sur la Lune

Sur la lune le temps de chute verticale d'un objet sur une hauteur $h = 1$ m est $\Delta t = 1,1$ s. En déduire la masse M_L de la Lune sachant que son rayon est $R_L = 1,75 \times 10^3$ km.
On donne : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}.

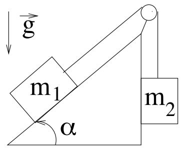
3 La masse suspendue

Une masse m de 10 kg est suspendue à deux cordes identiques, accrochées au plafond, comme le montre la figure. Calculer la tension dans les cordes. On donne $\alpha = 30^0$ et $\beta = 60^0$.



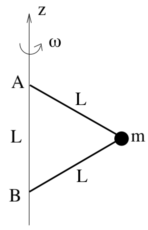
4 Les blocs glissants

On supposera les frottements négligeables, le fil inextensible et la poulie et le fil de masses négligeables. Calculer la valeur de m_1 pour que ce système se déplace : (a) à vitesse constante. (b) avec une accélération vers la gauche de $g/2$ pour $\alpha = \pi/4$.



5 Un pendule conique

Une bille de masse m est attachée à deux fils inextensibles de longueur L, fixés en A et B tels que $AB = L$. La bille décrit un mouvement circulaire uniforme dans un plan horizontal avec une vitesse angulaire ω (les fils sont tendus).

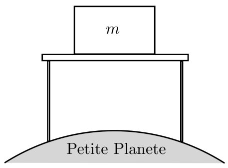


a) Exprimer la tension de chaque fil en fonction de m, L et ω.
b) Quelle est la vitesse angulaire minimale pour que les fils restent tendus ?

B Lois de Newton

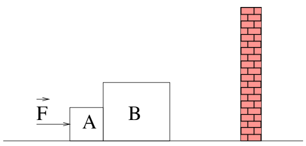
1 Grande Table Sur Une Petite Planète

Indiquez les forces agissant sur le bloc de masse m de la figure ci-dessous. Pour chaque force, indiquer clairement les paires de forces action-réaction.



2 Blocs en mouvement

Deux blocs en contact peuvent glisser sans frottement sur une surface horizontale. Une force constante $\vec{F}$ s'exerce sur le bloc A, entraînant un mouvement d'ensemble des deux blocs, c.f. figure.



a) La force exercée par B sur A est-elle égale en module à la force exercée par A sur B ?
b) La force exercée par le bloc A sur le bloc B est-elle égale à $\vec{F}$?
c) Reprendre ces questions lorsque les blocs s'immobilisent contre le mur.

3 Je ne suis pas un âne

Un vieux fermier attache son âne à son chariot et essaye de le faire avancer. Mais l'âne, qui vient de lire les "Principiea Mathematica" de Newton, lui dit : "Il est inutile que j'essaye de faire bouger le chariot. Etant donné que l'action et la réaction sont de même module mais de sens opposés, le chariot tirera sur moi autant que je tirerai sur lui et aucun de nous n'avancera".
Etant donné votre maîtrise des principes de Newton et sachant que vous n'êtes pas un âne, pourriez-vous convaincre l'âne "érudit" de bouger ?

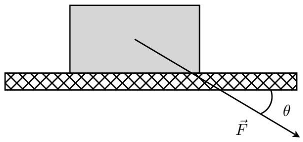
C Frottements

1 Glissera, glissera pas ? *[Voir vidéo en ligne]*

Un bloc de masse m est posé sur un plan faisant un angle α avec l'horizontale. On notera μ_s le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan. Quel est l'angle α limite pour que le bloc se mette en mouvement ?

2 Bloc frottant

Un bloc est tiré à l'aide d'une corde avec une force $\vec{F}$, indiquée sur la figure, qui fait un angle θ avec l'horizontale.



Si le bloc est au repos et θ augmenté, quelles sont les quantités qui augmentent, décroient, ou restent les mêmes parmi (a) F_x, la composante horizontale de la force ; (b) f_s, la force de frottement statique ; (c) N, la force normale ; (d) $f_{s,\max}$, la force de frottement statique maximale.
Si, par contre, le bloc est en mouvement, et θ est augmenté, est-ce que la force de frottement augmente, diminue ou reste la même ?

3 Attention au freinage

Une voiture bloque ses roues. Elle dérape sur une distance $d = 110$ m avant de s'arrêter (d'après les traces de pneu). En supposant, pour simplifier, que l'accélération de la voiture est constante pendant le dérapage, calculer la vitesse de la voiture juste avant le freinage.
On donne le coefficient de frottement dynamique : $\mu_d = 0,6$.

4 Attention au virage

Une voiture roule, à vitesse constante (en norme) v_0, dans un virage de rayon $R = 50$ m sur une route horizontale.

a) Si la voiture ne dérape pas et suit donc la courbe de la route, quelle est la nature des frottements sur les roues ? Que se passerait-il si les roues se bloquaient (coup de frein brutal) ?

b) Calculez le coefficient de frottement minimal pour que la voiture ne glisse pas.
A.N. : $v_0 = 50 \text{ km h}^{-1}$ et $v_0 = 80 \text{ km h}^{-1}$.

c) De quel angle faut-il relever le virage pour qu'il n'y ait aucun frottement transverse à $v_0 = 50 \text{ km h}^{-1}$? (On suppose que la voiture roule à une altitude constante).

5 Le saut de l'ange

Un parachutiste aimant les sensations fortes se laisse tomber le plus longtemps possible avant d'ouvrir son parachute. Lors de sa chute, que l'on supposera verticale pour simplifier, le parachutiste est soumis à une force de frottement due à l'air de la forme :

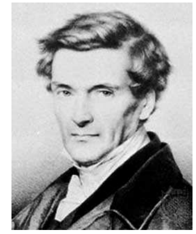
$$\vec{f} = -\frac{1}{2} C_x \, \rho \, A \, v^2 \, \frac{\vec{v}}{v}$$

où $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air, C_x un coefficient de résistance aérodynamique qui dépend essentiellement de la forme du corps, $\vec{v}$ la vitesse de chute du parachutiste et A l'aire de sa section perpendiculaire à $\vec{v}$.

a) Montrer que le parachutiste atteint une vitesse limite. Etablir l'expression de cette vitesse limite.

b) Estimer cette vitesse limite pour un homme de masse $m = 80$ kg (équipement compris) tombant en position horizontale du saut de l'ange ($C_x \simeq 1$) puis en position tête en avant ($C_x \simeq 0.7$).

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point



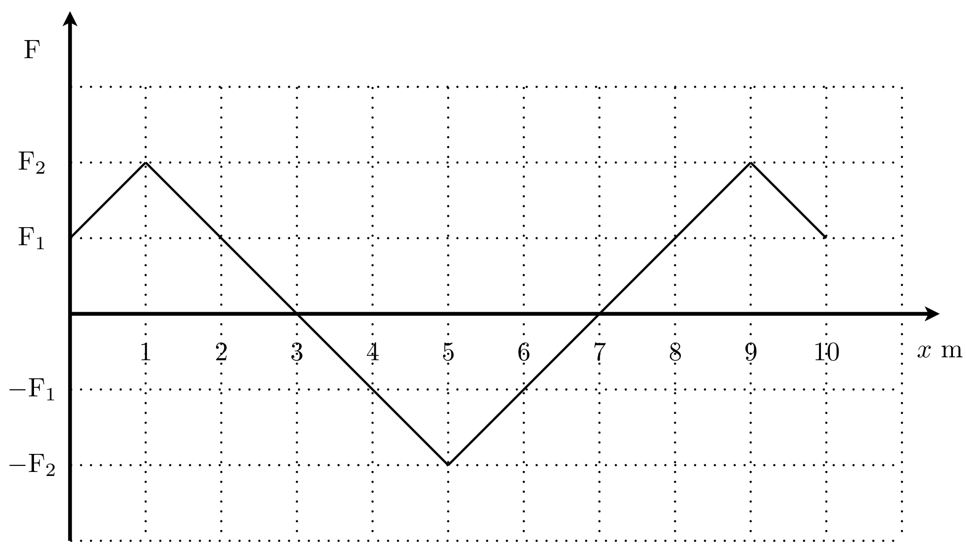
G. G. Coriolis

Gustave Gaspard Coriolis (1792–1843), ingénieur et mathématicien français. Il a défini les notions de travail mécanique et d'énergie cinétique. Il a aussi introduit la notion de force de Coriolis.

TD 6 : Le travail et l'énergie cinétique

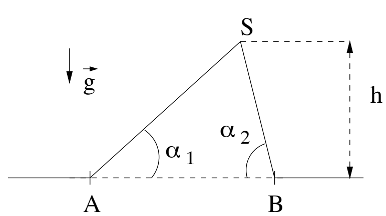
A D'aprés le graphe

La figure ci-dessous montre les valeurs de la coordonnée d'une force $\vec{F} = F\vec{u}_x$ agissant sur une particule, en fonction de x. La particule est au repos à $x = 0$. Donner la (les) coordonnée(s) de la particule lorsqu'elle a (a) la valeur maximale de l'énergie cinétique, (b) sa vitesse maximale et (c) vitesse nulle et (d) lors des changements de direction.



B Choisir la bonne pente

Quel est, parmi les chemins $A \to S$ et $B \to S$, celui qui nécessite le moins de travail pour monter un objet de masse m. On supposera la force de poussée parallèle au plan incliné.



a) En négligeant les frottements.

b) Sans négliger les frottements. On suppose que l'on pousse l'objet et qu'il y a des frottements solides entre l'objet et le sol (μ_d coefficient de frottements dynamiques).

C Matelot navigue sous les flots

Un sous-marin, de masse m, est initialement immobile. Ses ballasts d'eau sont remplis de façon à ce que la poussée d'Archimède compense exactement son poids. A l'instant $t = 0$, les turbines du sous-marin se mettent en marche, et exercent une poussée horizontale $F(t) = f\,e^{-\omega t}$ pour $t > 0$ (f et ω sont des constantes positives). Les frottements du sous-marin dans l'eau sont visqueux et valent approximativement $-\gamma\vec{v}$ (cette approximation est valable tant que la vitesse n'est pas trop grande) où γ est une constante positive. On pose $\omega_0 = \frac{\gamma}{m}$, et l'on suppose que $\omega_0 > \omega$.

a) Montrer que, pour $t \geq 0$, la vitesse du sous-marin peut s'écrire : $v(t) = v_*(e^{-\omega t} - e^{-\omega_0 t})$, où v_* est une constante que l'on déterminera. Décrire le mouvement du sous-marin.

b) Calculer le travail de chacune des forces qui s'exercent sur le sous-marin pendant son déplacement. Commentaire.

D Que la force soit avec vous !

Soit un objet, supposé ponctuel, se déplacant sur un plan, dans le champ de force $\vec{F}$:

$$\vec{F}(x, y) = (x - ay)\vec{u_x} + (3y - 2x)\vec{u_y}.$$

où $\{\vec{u_x},\vec{u_y}\}$ est la base canonique associée aux coordonnées cartésiennes (x,y). a est une constante.

a) Par l'action conjointe d'autres forces, l'objet se déplace du point $O(0,0)$ au point $A(2,4)$. Calculer le travail reçu par l'objet de la part du champ de force $\vec{F}$ dans les cas suivants :
   i) L'objet se déplace en ligne droite du O à A.
   ii) L'objet se déplace de O à A suivant le trajet OBA, avec $B(2,0)$.
   iii) L'objet se déplace de O à A suivant le trajet OCA, avec $C(0,4)$.

b) Pour quelle(s) valeur(s) de a le travail reçu dans les trois cas précédents est-il le même ?

E Vitesse de libération

La force d'attraction lunaire sur un objet de masse m est donnée par :

$$\vec{F} = -G\frac{M_L m}{r^2}\vec{u}_r,$$

où G est une constante universelle, M_L est la masse de la lune et r est la distance du centre de la lune.

a) Calculer le travail de cette force pour aller de $r = R_L$ à $r \to \infty$ selon la direction radiale.

b) En déduire la vitesse initiale qu'il faudrait donner à un objet pour qu'il s'échappe de l'attraction gravitationnelle lunaire.
On donne : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}, $M_L = 7{,}36 \times 10^{22}$ kg, $R_L = 1{,}74 \times 10^6$ m.

c) Même question pour qu'il s'échappe de l'attraction gravitationnelle terrestre.
On donne : $M_T = 6,0 \times 10^{24}$ kg et $R_T = 6,4 \times 10^6$ m.

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

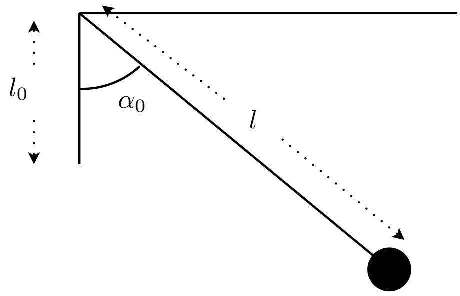
H von Helmholtz

Hermann von Helmholtz (1821–1894), physicien allemand qui a défini l'énergie potentielle et formulé le principe de conservation de l'énergie mécanique.

TD 7 : L'énergie potentielle et l'énergie mécanique

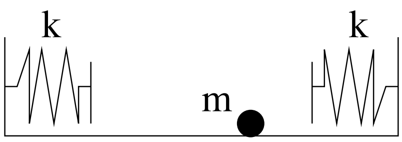
A Le pendule asymétrique *[Voir vidéo en ligne]*

Un pendule de longueur l et masse m est attaché comme le montre la figure. Il est lâché sans vitesse initiale d'un angle α_0 avec la verticale.
Calculer l'angle atteint par m à gauche de l'obstacle (de longueur $l_0 < l \cos \alpha_0$).



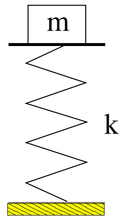
B Les ressorts

Un objet ponctuel de masse m se déplace sur une piste horizontale et sans frottement, en faisant des aller-retours entre deux ressorts de même raideur k, fixés aux extrémités de la piste. Au début du mouvement le corps a une énergie cinétique E_c^0 et il est en contact avec le ressort de gauche, lequel est comprimé d'une longueur d. Calculez les longueurs de compression maximale des ressorts.



C Pistolet à ressort (Exo Examen 2009)

Un bloc de masse m est posé sur un ressort vertical, comme indiqué sur la figure. Lorsque le bloc est au repos, le ressort est comprimé d'une distance d.

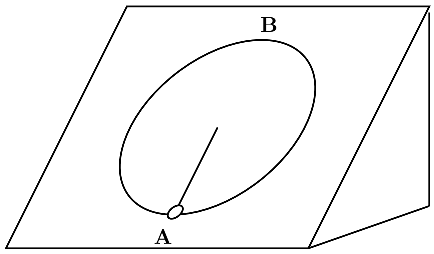


a) Que vaut la raideur du ressort, k ? Quelle est l'unité S.I. de k ?

b) On pousse le bloc vers le bas d'une distance d', puis on lâche le bloc, sans vitesse initiale. Jusqu'à quelle hauteur h (mesurée à partir du point de lâcher) remonte le bloc ? On supposera que le bloc quitte le ressort.

D Mouvement circulaire

Un corps est attaché à une tige rigide de longueur l. L'autre extrémité de la tige est attachée à un plan incliné formant un angle de 30^0 avec l'horizontale, comme le montre la figure.
Calculer la perte d'énergie cinétique lorsque le corps va de **A** vers **B**, dans le cas (a) de frottements nuls, (b) d'un coefficient de frottement dynamique μ_d. (c) Dans chaque cas, quelle est la vitesse minimale initiale qu'il faudrait donner au corps pour qu'il atteigne **B**.



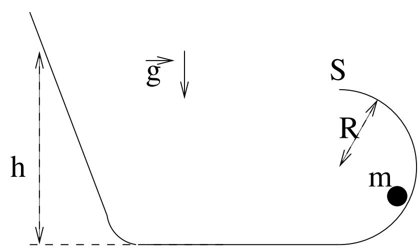
E Le looping *[Voir vidéo en ligne]*

Une masse m glisse sur une piste dont la partie terminale est un demi-cercle de rayon R.

a) S'il n'y a pas de frottement, de quelle hauteur h doit-on lâcher m sans vitesse pour qu'elle atteigne le sommet S de la piste avec une vitesse de norme v_S ? (on supposera le mouvement possible cf. c))

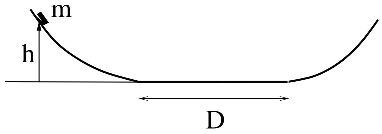
b) On constate qu'il y a des frottements et qu'il faut en fait lâcher m sans vitesse de la hauteur $2\,h$ pour qu'elle atteigne le sommet S de la piste avec la vitesse de norme v_S. En déduire la valeur du travail des forces de frottement sur l'ensemble du trajet.

c) Le mouvement des questions précédentes n'est possible que si la masse m ne quitte pas la piste avant S. On appelle v_0 la valeur minimale possible de v_S. Donnez d'abord v_0 à un facteur près, en utilisant des arguments d'homogénéité. Ensuite, calculez v_0 exactement.
En déduire la condition sur h pour que la masse m atteigne S s'il n'y a pas de frottements ?



F Allers-retours (Exo Examen 2009)

Un bloc de masse m glisse sur une piste ayant une partie centrale horizontale de longueur D (voir figure). Les parties incurvées de la piste sont sans frottement, mais le coefficient de frottement dynamique de la partie horizontale vaut $\mu_d = 0.2$. On lâche le bloc, sans vitesse initiale, d'une hauteur h au-dessus de la partie horizontale.



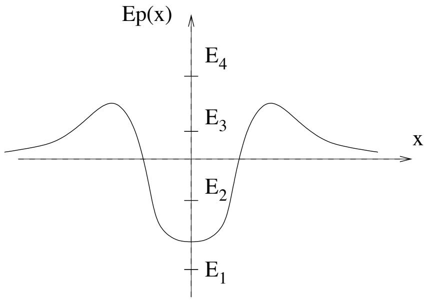
a) Quelle est la hauteur minimale à laquelle on doit lâcher le bloc pour qu'il traverse au moins une fois toute la partie horizontale ?

b) On lâche le bloc d'une hauteur $h = D/2$. A quelle hauteur h_1 remonte le bloc après le premier passage sur la partie horizontale ?

c) Au bout de combien de passages sur la partie horizontale le bloc s'immobilise-t-il ? Et où le bloc s'immobilise-t-il ?

G Puits de potentiel

Une particule se déplace suivant la direction x de l'espace dans un champ de forces dérivant de l'énergie potentielle $E_p(x)$ ($E_p(x)$ est une fonction paire) dont le graphe est représenté sur la figure.



a) Quels sont les points d'équilibre ? Discutez leur stabilité.

b) Quels sont les points où la force est maximale en norme ?

c) Décrire le mouvement de la particule d'énergie E_1, E_2, E_3 et E_4.

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

Christiaan Huygens

Christiaan Huygens (1629 – 1695), physicien nérlandais qui a établi les lois des chocs élastiques. Il est le premier à avoir l'idée d'utiliser le mouvement du pendule pour fabriquer des horloges. Il est aussi connu pour ses travaux en optique.

TD 8 : Les systèmes de particules et les chocs

A Le pingouin

Un pingouin est debout sur le bord gauche d'un traîneau (voir figure). Le traîneau repose sur la glace, et par la suite on négligera les frottements. La masse du traîneau est distribuée de façon uniforme sur sa longueur, L. La masse du pingouin et celle du traîneau sont les mêmes.

a) Où se trouve le centre de masse du traîneau ?

b) A quelle distance du centre de masse du traîneau se trouve le centre de masse du système pingouin+traîneau ?

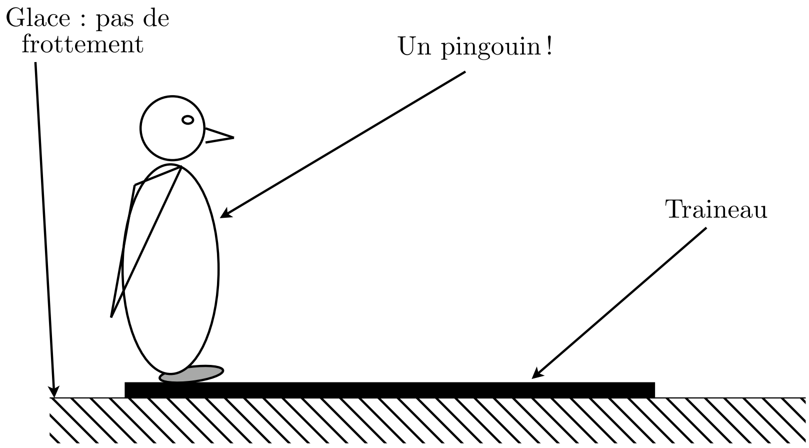
Le pingouin maintenant avance vers le bord du traîneau situé à droite.

c) Le centre de masse du système traîneau+pingouin s'est déplacé vers la droite, la gauche ou est resté stationnaire ?

d) A quelle distance et de quel côté du centre de masse du système se trouve le centre de masse du traîneau ?

e) De quelle distance s'est déplacé le pingouin par rapport au traîneau ?

f) De quelle distance s'est déplacé le pingouin par rapport au centre de masse du système pingouin+traîneau ? Et le traîneau ?



B Explosion d'une pièce pyrotechnique

Une pièce pyrotechnique, de masse $M = 3$ m, lancée horizontalement à la vitesse $\vec{v}$, ($v = 8$ ms^{-1}) explose en 3 fragments de même masse m. Le premier fragment continue horizontalement à vitesse $\vec{v_1}$ ($v_1 = 16$ ms^{-1}). Le deuxième est lancé vers le haut suivant un angle de 45^0 et le troisième suivant le même angle, mais vers le bas. Soit τ la durée de l'explosion, supposée très courte.

a) Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système. Pourquoi peut-on, au moment de l'explosion, négliger la force de gravitation ?

b) Quelles sont, après l'explosion, les vitesses $\vec{v_2}$ et $\vec{v_3}$?

c) Comparer les énergies cinétiques du système avant et après l'explosion. Que peut-on conclure ?

C Collisions

1 Collision élastique frontale *[Voir vidéo en ligne]*

Deux enfants s'amusent à faire entrer en collision deux palets de masse m_1 et m_2, dans une petite rigole rectiligne, creusée dans la glace. Les deux palets s'approchent l'un de l'autre avec les vitesses initiales respectives v_1 et v_2.

a) Etablir l'expression des vitesses v_1' et v_2' de chaque palet après leur collision supposée frontale et parfaitement élastique. Discuter les cas : $m_1 = m_2$, $m_1 >> m_2$ et $m_1 << m_2$.

b) Dans le cas où v_2 est nulle (cible immobile) il y a transfert d'une partie de l'énergie cinétique du palet 1 au palet 2. Le coefficient $\tau = E'_{c,2}/E_{c,1}$ caractérise ce transfert.
Etablir l'expression de τ en fonction des masses. Discuter les cas : $m_1 = m_2$, $m_1 \gg m_2$ et $m_1 \ll m_2$.

2 Le joueur de tennis

Un joueur de tennis joue seul contre un mur. Il lance sa balle d'une hauteur h avec une vitesse initiale faisant un angle α avec l'horizontale. On suppose la collision de la balle contre le mur élastique.

a) Tracer qualitativement la trajectoire de la balle.

b) S'il lance sa balle d'une distance d du mur, à quelle distance d' doit-il se placer pour réceptionner sa balle ? On suppose qu'il maintient sa raquette à la même hauteur h.

3 Le super rebond *[Voir vidéo en ligne]*

On aligne une petite balle de masse m directement au-dessus d'un ballon de masse M (les 2 balles sont séparées par un mince espace). On les laisse tomber simultanément d'une hauteur h (on supposera h très grand devant les rayons des 2 balles). On suppose que le ballon rebondit de manière élastique sur le sol et que la balle rebondit elle aussi de manière élastique sur le ballon. On prendra la limite $M \gg m$ pour simplifier les calculs.
Jusqu'à quelle hauteur (à exprimer en fonction de h) remonte la petite balle après la collision ?

4 Le rebond d'une balle molle

Une balle de masse m, assimilée à un point matériel, tombe à la verticale sur le sol d'une hauteur h. La balle rebondit à la hauteur $h' < h$.

a) La collision balle-sol est-elle élastique ?

b) Déterminer les quantités de mouvement de la balle juste avant et juste après la collision.

c) Quelle est la force moyenne exercée par le sol sur la balle en supposant que la durée du choc est τ ? Comparer cette force à la force gravitationnelle.

d) Déterminer le coefficient de restitution en énergie ε.

On donne : $m = 100$ g, $h = 2$ m, $h' = 1{,}5$ m et $\tau = 10^{-2}$ s.

5 Pendule balistique : choc inélastique *[Voir vidéo en ligne]*

Pour mesurer la vitesse d'une fléchette, on utilise un bloc de bois, de masse M, suspendu à l'aide de deux cordes de longueur d. Une fléchette de masse m, se déplaçant avec une vitesse horizontale $\vec{v}$, frappe le bloc et s'y loge. On considère que le choc est instantané.

a) Quelles sont, au moment du choc, les forces extérieures appliquées au système (bloc + fléchette) ? En déduire l'expression de la vitesse $\vec{v}_f$ du système à la fin de la collision, en fonction de m, M et $\vec{v}$.

b) Quel est l'angle maximal de déviation - après le choc - du système (bloc + fléchette) ?

c) L'énergie du système est-elle conservée pendant l'expérience ? Expliquer.

d) Discuter le cas particulier $m \ll M$.

Université de Cergy-Pontoise
S1-MPI
Introduction à la mécanique du point

Partiels et Examens

Années 2011/2012 et 2012/2013

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1 - MPI

Octobre 2011

Partiel : durée 1h
(documents, calculettes, portables interdits)

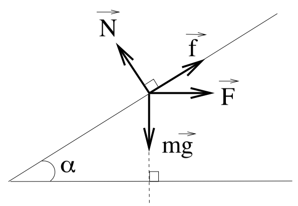
Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Exercice 1 (3 pts)

Une loi de mécanique s'écrit : $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{G(M+m)}\, a^3$, où T est une période, G la constante de gravitation universelle, M et m des masses.
Quelle est la dimension de la grandeur a ?

Exercice 2 (4 pts)

Une masse m est soumise aux quatre forces représentées sur la figure ci-dessous, $\vec{F}$ étant une force horizontale.

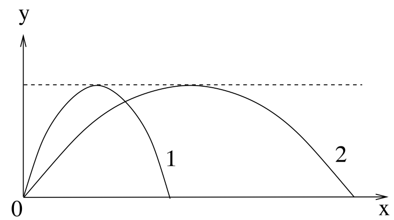


La masse m étant à l'équilibre, calculer les normes des forces $\vec{f}$ et $\vec{N}$ en fonction de $||\vec{F}||$, α et m.

Exercice 3 (7 pts)

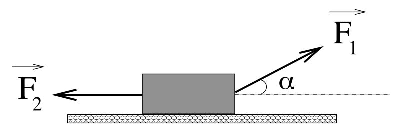
a) On frappe un ballon du sol avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{u}_x + v_{0y}\vec{u}_y$. Calculer la hauteur du sommet de la trajectoire du ballon.

b) Comparer les durées des deux trajectoires 1 et 2 du ballon représentées ci-dessous (le ballon est lancé avec deux vitesses initiales différentes).



Exercice 4 (6 pts)

On tire un bloc de glace de masse m sur un sol horizontal avec deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ comme indiqué sur la figure. On supposera que le bloc de glace glisse sans frotter.



a) Calculer l'accélération du bloc en fonction de $||\vec{F}_1||$, $||\vec{F}_2||$, α et m.

b) Calculer la force exercée par le sol sur le bloc en fonction de $||\vec{F}_1||$, $||\vec{F}_2||$, α et m.

c) On augmente $||\vec{F}_1||$ progressivement. Quelle est la condition sur cette norme pour que le bloc reste sur le sol ?

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1 - MPI

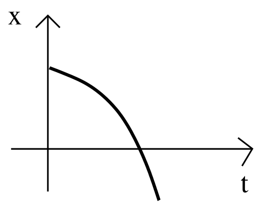
Octobre 2012

Partiel : durée 1h
(documents, calculettes, portables interdits)

Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Exercice 1 (3 pts)

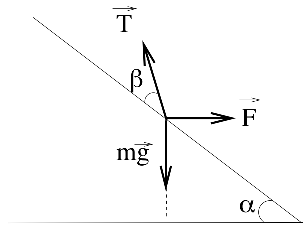
Le graphique ci-dessous représente le mouvement en fonction du temps d'un objet se déplaçant le long de l'axe des x.



a) L'objet se déplace dans le sens des $x > 0$ ou dans le sens des $x < 0$?
b) Son mouvement est-il accéléré ou ralenti ?

Exercice 2 (6 pts)

Une masse m est soumise aux trois forces représentées sur la figure ci-dessous, $\vec{F}$ étant une force horizontale et les angles valant $\alpha = \pi/4$ et $\beta = \pi/6$.



Calculer les normes des forces $\vec{T}$ et $\vec{F}$ en fonction de m et g pour que la résultante des forces soit nulle.

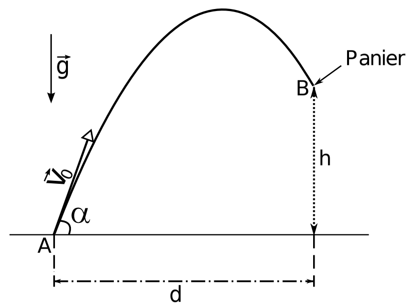
Exercice 3 (4 pts)

Une voiture se déplaçant avec une vitesse de norme égale à v_0 freine avec une accélération constante $\vec{a}_0$ de norme a_0. La trajectoire de la voiture est rectiligne.

a) Quel est le sens de $\vec{a}_0$?
b) Calculer la distance d'arrêt de la voiture en fonction de v_0 et a_0.

Exercice 4 (8 pts)

Un joueur de basket lance un ballon du point A jusqu'au centre du panier situé au point B, selon la trajectoire représentée sur la figure ci-dessous. Le ballon est lancé du point A avec une vitesse $\vec{v}_0$ de norme v_0 et faisant un angle α avec l'horizontale. Le point B, centre du panier, se trouve à une distance horizontale d et à une hauteur h au-dessus du point A.
A.N. : $\alpha = 45°$, $v_0 = 7\sqrt{2}$ m.s^{-1}, $h = 2$ m et $g = 10$ m.s^{-2}.



a) Calculer la distance d à laquelle le joueur doit se placer pour que le ballon entre dans le panier en B ?

b) Calculer la tangente de l'angle que fait le vecteur vitesse du ballon en B avec l'horizontale.

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1 - MPI

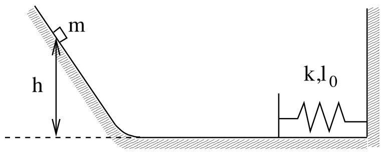
Janvier 2012

Examen : durée 2h
(documents, calculettes, portables interdits)

Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Exercice 1 (4 pts)

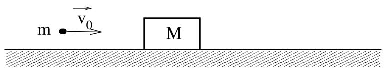
Un bloc de masse m glisse sur la piste illustrée sur la figure. Il est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus du plan horizontal où se trouve un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 et fixé au mur vertical.
On suppose qu'il n'y a pas de frottements.



Calculer la distance de compression maximale du ressort.

Exercice 2 (5 pts)

Une balle de fusil de masse m arrive avec une vitesse $\vec{v}_0$ sur un bloc de masse M immobile comme illustré sur la figure. La balle reste dans le bloc après la collision et le bloc glisse sur le sol sur une distance d avant de s'arrêter (on suppose que le mouvement du bloc est rectiligne). Le coefficient de frottement dynamique entre le bloc et le sol est μ_d.



1. Calculer $\vec{v}_1$, la vitesse du bloc juste après la collision.
2. Trouver la relation entre $\|\vec{v}_1\|$ et d.
3. En déduire la relation entre $\|\vec{v}_0\|$ et d.

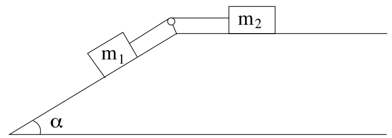
Exercice 3 (5 pts)

Jean passe près de Marie dans son vaisseau spatial à la vitesse $v = 0,6c$ (!). Marie mesure que la longueur et la hauteur du vaisseau spatial de Jean sont respectivement de 8 m et 1,5 m.

1. Calculer la longueur et hauteur du vaisseau mesurées dans le référentiel de Jean. A.N.
2. Jean met 20 s sur la montre de Marie pour passer entre deux bornes. Combien de secondes se sont écoulées sur la montre de Jean ? A.N.
3. Marie met 20 s sur la montre de Jean pour passer entre deux bornes. Combien de secondes se sont écoulées sur la montre de Marie ? A.N.

Exercice 4 (7 pts)

Deux blocs de masses m_1 et m_2 sont reliées par une corde idéale tendue qui passe sur une poulie idéale comme indiqué sur la figure. Ils reposent sur deux plans, un plan incliné faisant un angle α par rapport à l'horizontale et un plan horizontal. Les deux blocs sont initialement immobiles et on les lâche.



1. On suppose qu'il n'y a aucun frottement entre les blocs et les plans. Calculer l'accélération des blocs. Calculer le module de la tension de la corde.
2. On suppose maintenant que seul le bloc de masse m_1 frotte et que le coefficient de frottement dynamique entre le bloc de masse m_1 et le plan incliné vaut μ_d .
   On observe que les deux blocs glissent. Calculer l'accélération des blocs. Calculer le module de la tension de la corde.

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1 - MPI

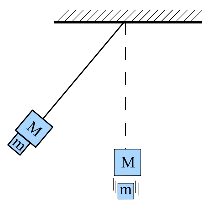
Janvier 2013

Examen : durée 2h
(documents, calculettes, portables interdits)

Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Exercice 1 (6 pts)

Un pendule est formé de deux blocs de masses M et m respectivement comme le montre la figure. Ce système $(M+m)$ est lâché d'une hauteur h (par rapport à sa position à la verticale) et lors du passage au point le plus bas de son oscillation, le bloc de masse m se détache du pendule.



1. Quelle est alors la hauteur maximale h' (toujours par rapport à sa position à la verticale) atteinte par la masse M ?
2. Le bloc de masse m est lâché d'une hauteur H du sol. Tracer qualitativement sa trajectoire. Quelle distance d parcourt-il sur l'horizontale ?

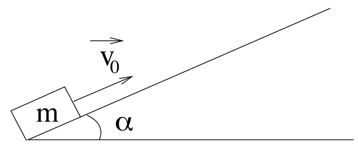
Exercice 2 (4 pts)

On dépose une pièce de monnaie de masse m sur un tourne-disque horizontal à une distance r de son centre. Le tourne disque tourne avec une vitesse angulaire ω constante et la pièce ne glisse pas. On notera μ_s le coefficient de frottement statique entre la pièce et le tourne-disque.

1. Exprimer les normes de la vitesse et de l'accélération de la pièce en fonction des données du problème. Les représenter sur un schéma.
2. Calculer la force de frottement qui s'exerce sur la pièce (norme et direction). La représenter sur un schéma.
3. Quelle est la condition sur la distance r pour que la pièce ne glisse pas ?

Exercice 3 (5 pts)

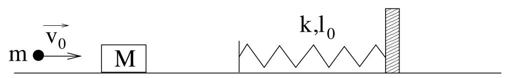
On lance un bloc de masse m sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale avec une vitesse $\vec{v}_0$ parallèle au plan et dirigée vers le haut (cf figure). On notera μ_d le coefficient de frottement dynamique entre le bloc et le plan incliné.



Calculer la distance parcourue par le bloc jusqu'à son point le plus haut.

Exercice 4 (5 pts)

Un ressort de masse négligeable, de longueur à vide l_o et de raideur k, est posé sur une table horizontale, suivant la direction Ox. Une de ses extrémité est attachée à un mur et l'autre extrémité est libre. Un bloc en bois de masse M qui peut glisser sans frottements est posé sur la table. Un projectile en acier de masse m $(m < M)$, de vitesse $\vec{v}_o$ dirigée suivant Ox vient alors heurter la masse M. On supposera la collision élastique.



1. Déterminer la vitesse $\vec{V}$ du bloc de bois juste après la collision en fonction des données du problème. Montrer que la masse m repart bien vers la gauche après la collision.
2. En déduire la distance de compression maximale atteinte par le ressort dans la suite du mouvement.

   Aide : les étudiants n'ayant pas répondu à la question 1. peuvent quand même exprimer la distance de compression maximale du ressort en fonction de $\vec{V}$, la vitesse du bloc de bois juste après la collision, et des données du problème.

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1 - MPI

Juin 2012

Examen session 2 : durée 1h30
(documents, calculettes, portables interdits)

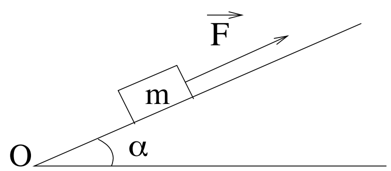
Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Exercice 1 (4 pts)

On lance une balle A sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus du sol. Au même instant, on lance une balle B avec une vitesse horizontale de la même hauteur h.
Quelle balle touche le sol en premier ? Justifier votre réponse : tracer qualitativement les deux trajectoires - calculer les durées de chaque trajectoire - comparer.

Exercice 2 (5 pts)

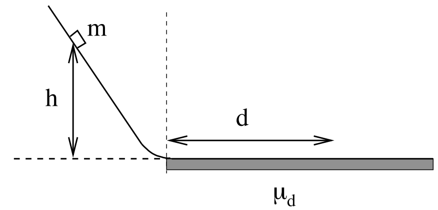
Un bloc de masse m est posé sur un plan incliné faisant un angle α par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement dynamique entre le bloc et le plan vaut μ_d.
On tire le bloc m à l'aide d'une force $\vec{F}$ parallèle au plan comme indiqué sur la figure.



1. Calculer le module de la force $\vec{F}$ qui permettrait de déplacer le bloc m vers le haut avec une vitesse constante.
2. Application numérique : $m = 1\ kg$, $\alpha = \pi/6$, $\mu_d = 1/\sqrt{3}$, $g = 10\ m.s^{-2}$.

Exercice 3 (5 pts)

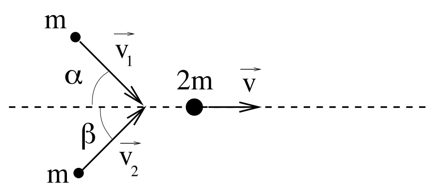
Un bloc de masse m est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus du plan horizontal. Il glisse sur la piste illustrée sur la figure et parcourt une distance d sur la portion horizontale de la piste avant de s'arrêter. On suppose que le bloc glisse sans frotter sauf sur la portion horizontale indiquée en gris sur la figure, où le coefficient de frottement dynamique vaut μ_d.



Calculer la distance d'arrêt d du bloc.

Exercice 4 (6 pts)

Deux objets de même masse m et de vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ comme indiqué sur la figure, entrent en collision parfaitement inélastique. Après la collision, les deux objets sont liés et se déplacent à la même vitesse $\vec{v}$ indiquée sur la figure.



1. Tracer la trajectoire du centre de masse G du système formé par les deux masses m. Justifier votre réponse.
2. On suppose que l'on a : $\|\vec{v}_1\| = \|\vec{v}_2\| = v_0$ et $\|\vec{v}\| = v_0/2$. Calculer les angles α et β.

Université de Cergy-Pontoise
Introduction à la mécanique du point
S1 - MPI

Juin 2013

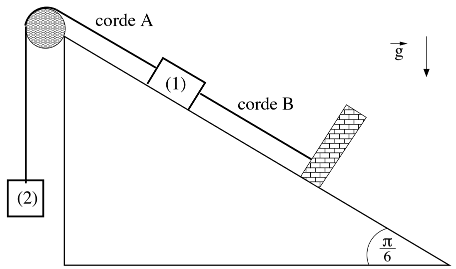
Examen session 2 : durée 1h30

(documents, calculettes, portables interdits)

Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Exercice 1 (8 pts)

On considère un plan incliné d'un angle $\alpha = \pi/6$ par rapport à l'horizontale. Sur ce plan est posé un bloc (1) de masse m_1 qui, d'un côté, est attaché à un mur par une corde B et, de l'autre côté, est relié à un bloc (2) de masse m_2 par une corde A passant sur une poulie. Les cordes ainsi que la poulie sont sans masse, les cordes sont tendues et inextensibles et on suppose qu'il n'y a aucun frottement.

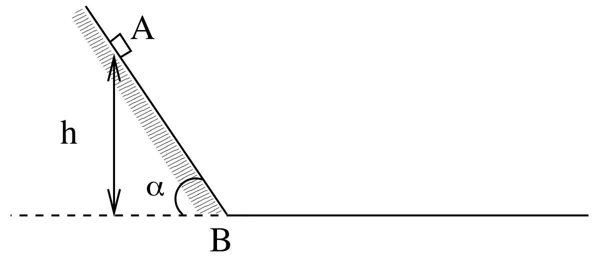


a) Exprimer les tensions T_A et T_B des deux cordes en fonction des données du problème.

b) On coupe maintenant la corde B reliant le bloc (1) au mur. Exprimer la tension de la corde A ainsi que l'accélération des blocs en fonction des données du problème.

Exercice 2 (7 pts)

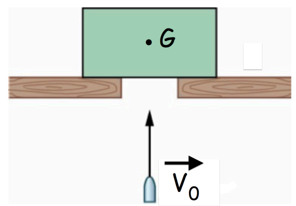
Un bloc de masse m est posé sans vitesse initiale sur un plan incliné au point A, comme indiqué sur la figure. On notera μ_s et μ_d les coefficients de frottement statique et dynamique entre le bloc et la piste ($\mu_s > \mu_d$).



a) Quelle est la condition sur l'angle α pour que le bloc glisse sur le plan incliné ?
b) On suppose que le bloc glisse. Calculer la vitesse du bloc au point B. Le bloc atteint-il toujours le point B ? Justifier.

Exercice 3 (5 pts)

Un bloc de bois de masse M est posé sur une ouverture ciculaire. Le centre de masse G du bloc se trouve au-dessus du centre de l'ouverture. Une balle de masse m frappe le bloc au niveau de G avec une vitesse verticale de norme V_o et reste liée au bloc de bois après la collision (collision parfaitement inélastique).



Quelle est la hauteur maximale à laquelle va monter le bloc de bois ?
On négligera les frottements de l'air.