3 Cinématique

La cinématique est l'étude du mouvement d'un corps indépendamment de ses causes.

■ **Vecteur position** : $\boxed{\vec{r}(t) = \overrightarrow{OM}(t)}$

■ **Vecteur déplacement** durant l'intervalle de temps Δt : $\boxed{\Delta\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}$

■ **Vecteur vitesse**

➢ **Vitesse moyenne** durant l'intervalle de temps Δt : $\boxed{\vec{v}_{\text{moy}}(t) = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}}$

➢ **Vitesse instantanée** : $\boxed{\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt}}$

Le vecteur vitesse est **tangent à la trajectoire** et dirigé dans le sens du déplacement.

■ **Vecteur accélération**

➢ **Accélération moyenne** durant l'intervalle de temps Δt : $\boxed{\vec{a}_{\text{moy}}(t) = \dfrac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}}$

➢ **Accélération instantanée** : $\boxed{\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}(t)}{dt} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OM}(t)}{dt^2}}$

■ **En coordonnées cartésiennes**

➢ $$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\ \vec{u}_x + y(t)\ \vec{u}_y + z(t)\ \vec{u}_z$$

➢ $$\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\ \vec{u}_x + \frac{dy(t)}{dt}\ \vec{u}_y + \frac{dz(t)}{dt}\ \vec{u}_z = \dot{x}(t)\ \vec{u}_x + \dot{y}(t)\ \vec{u}_y + \dot{z}(t)\ \vec{u}_z$$

➢ $$\vec{a}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\ \vec{u}_x + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\ \vec{u}_y + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\ \vec{u}_z = \ddot{x}(t)\ \vec{u}_x + \ddot{y}(t)\ \vec{u}_y + \ddot{z}(t)\ \vec{u}_z$$

■ **Observation d'un mouvement**

➢ Les **équations horaires** d'un mouvement sont données par : $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$.

➢ La **trajectoire** est l'ensemble des positions successives $\overrightarrow{OM}(t)$ du point M.
Elle s'obtient en éliminant le temps t dans les équations horaires et peut se mettre sous la forme : $f(x,y,z) = 0$.

➢ Le mouvement et donc les grandeurs cinématiques $\overrightarrow{OM}(t)$, $\vec{v}(t)$ et $\vec{a}(t)$ **dépendent du référentiel d'observation**.

■ **Mouvements particuliers**

➢ Un mouvement est **uniforme** ssi : $\boxed{\|\vec{v}(t)\| = \text{cste}}$.

➢ Un mouvement est **accéléré** ssi : $\boxed{\|\vec{v}(t)\| \text{ fct } \nearrow \text{ de } t}$.

➢ Un mouvement est **freiné** ssi : $\boxed{\|\vec{v}(t)\| \text{ fct } \searrow \text{ de } t}$.

➢ Un mouvement est **rectiligne uniforme** ssi : $\boxed{\vec{v}(t) = \overrightarrow{\text{cste}}}$.

➢ Un mouvement est **uniformément accéléré** ssi : $\boxed{\vec{a}(t) = \overrightarrow{\text{cste}} \neq \vec{0}}$.

⚠ Un mouvement uniformément accéléré n'est pas forcément rectiligne, il suffit que la vitesse initiale ne soit pas alignée avec l'accélération pour que le mouvement décrive une parabole !

■ Chute libre

➢ Une **chute libre** est le mouvement d'une masse m soumise uniquement à son poids $m\vec{g}$.
C'est donc un mouvement uniformément accéléré : $\vec{a}(t) = \vec{g} = \overrightarrow{\text{cste}}$.

⚠ Au sommet d'un tir parabolique la vitesse n'est pas nulle : seule la composante verticale de la vitesse est nulle !

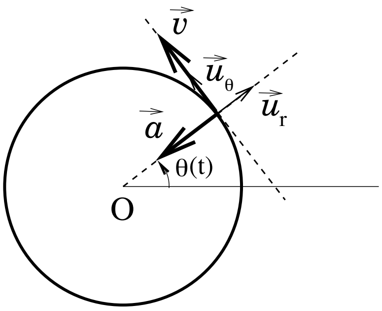
⚠ Lors d'une chute libre, la vitesse d'un corps juste avant qu'il ne touche le sol n'est pas nulle : elle est en fait maximale !

■ Mouvement circulaire uniforme

➢ Un point du cercle est repéré par l'angle $\theta(t)$.

➢ La **vitesse angulaire** est : $\boxed{\omega(t) = \dfrac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)}$.

➢ Un **mouvement circulaire est uniforme** ssi : $\boxed{\omega(t) = \text{cste}}$. On a alors :



$$\boxed{\overrightarrow{OM} = R\,\vec{u}_r}$$
$$\boxed{\vec{v} = R\,\omega\,\vec{u}_\theta}$$
$$\boxed{\vec{a} = -\,R\,\omega^2\,\vec{u}_r = -\,\frac{v^2}{R}\,\vec{u}_r}$$

où $\{\vec{u}_r, \vec{u}_\theta\}$ désigne la **base polaire**.

$\vec{v}$ **est tangent au cercle**, dirigé dans le sens de rotation.
$\vec{a}$ **est centripète** : il est dirigé vers le centre du cercle.

⚠ Si la norme de la vitesse est constante, le *vecteur* vitesse lui n'est pas constant : l'accélération n'est donc pas nulle !

■ Mouvement relatif : cas d'une translation rectiligne uniforme

➢ Un **référentiel** est un repère muni d'une horloge.

➢ Le référentiel $\mathcal{R}'$ est en **translation rectiligne uniforme** dans le référentiel $\mathcal{R}$ ssi les vecteurs de base de $\mathcal{R}'$ gardent des directions fixes par rapport aux vecteurs de base de $\mathcal{R}$ et O' se déplace à $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\text{cste}}$ dans $\mathcal{R}$.

➢ Si $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniforme dans le référentiel **galiléen** $\mathcal{R}$ à la vitesse $\vec{v}$, on a :

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}}$$

$$\boxed{\vec{v}_{\mathcal{R}}(M) = \vec{v} + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(M)}$$

$$\boxed{\vec{a}_{\mathcal{R}}(M) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(M)}$$