

Mécanique du point

PI1-MI/GC — CC2 — 2024/2025

Durée : 1h30' (2h en cas de tiers-temps)

Sont interdits :

- les documents
- les objets électroniques

Seules doivent être rendues :

- la feuille de réponses au QCM :
 - *noircir complètement* la case correspondant à la réponse choisie
 - chaque question ne comporte qu'une seule réponse correcte
 - il n'y a pas de point négatif pour une réponse incorrecte
- le cas échéant, les feuilles de réponses aux questions ouvertes (icône ♣).

Ce document doit comporter 8 pages et 16 questions.

Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

Si vous pensez identifier un problème dans le sujet, indiquez-le sur votre copie et poursuivez votre composition.

Considérations générales (*6 points*)

Question 1 [CgQ0] ♣ (*4 points*)

À partir du Principe Fondamental de la Dynamique, démontrer le théorème de l'énergie mécanique pour un point matériel M de masse m .

Question 2 [CgQ1] (*1 point*)

Le travail d'une force conservative sur un chemin *non-fermé* est nécessairement :

☐ A nul☐ B strictement positif☐ C strictement négatif☒ On ne peut pas conclure.**Question 3** [CgQ2] (*1 point*)

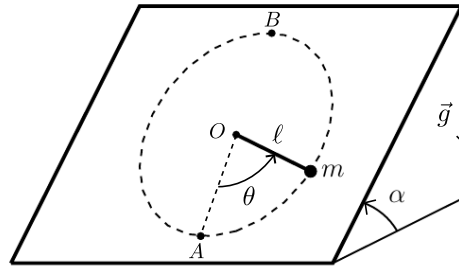
La dimension physique d'une puissance est :

☒ $\text{ML}^2 \text{T}^{-3}$ ☐ B $\text{ML}^2 \text{T}^{-1}$ ☐ C $\text{ML}^2 \text{T}^{-2}$ ☐ D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Rotation sur plan incliné (6 points)

Dans le référentiel terrestre, approximé galiléen, on considère la situation suivante : un point matériel M de masse m est attaché à l'extrémité d'une tige rigide de longueur ℓ , dont l'autre extrémité est fixe en O . L'ensemble se trouve sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

On note g la norme du champ de pesanteur terrestre et on considère les angles croissants dans le sens trigonométrique.



Question 4 [PbRoQ0] (1 point)

Au cours du mouvement de M , le travail de la tension de la tige sur M est nécessairement :

- ☒ nul
 ☐ strictement négatif
☐ strictement positif
 ☐ On ne peut pas répondre.

Question 5 [PbRoQ1] (1 point)

Au cours du mouvement de M , le travail de la réaction normale du plan incliné sur M est nécessairement :

- ☒ nul
 ☐ strictement négatif
☐ strictement positif
 ☐ On ne peut pas répondre.

Question 6 [PbRoQ2] (1 point)

En l'absence de frottement, la variation d'énergie cinétique de M entre A et B est égale à :

- ☒ $-2mg\ell \sin(\alpha)$
☐ $-2mg\ell$
☐ $-2mg\ell \sin(\theta)$
☐ Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

On ajoute une force $\vec{f}$ de frottement solide dynamique, de coefficient μ_d , entre M et le plan incliné.

Question 7 [PbRoQ3] (1 point)

La norme de $\vec{f}$ est égale à :

- ☒ $\mu_d mg \cos(\alpha)$
☐ $\mu_d mg$
☐ $\mu_d mg \sin(\alpha)$
☐ Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 8 [PbRoQ4] ♣ (2 points)

Déterminer le travail de $\vec{f}$ lorsque M passe de A à B .

Potentiel de LENNARD-JONES (10.5 points)

Dans un référentiel galiléen, on considère le mouvement unidimensionnel (selon x) d'un point matériel M de masse m soumis uniquement à une énergie potentielle de la forme :

$$E_p(x) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{x} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x} \right)^6 \right] + c^{\text{te}} \quad \text{où } \epsilon \text{ et } \sigma \text{ sont des constantes positives.}$$

Question 9 [PbLJQ0] (1 point)

La dimension physique de σ est :

☐ L

☐ $L^{\frac{1}{6}}$
☐ ML^2T^{-2}
☐ 1

Question 10 [PbLJQ1] (1 point)

La dimension physique de ϵ est :

☐ ML^2T^{-2}
☐ MLT^{-2}
☐ $ML^{-1}T^{-2}$
☐ 1

Question 11 [PbLJQ2] (1 point)

Dans $E_p(x)$, le terme $4\epsilon \left(\frac{\sigma}{x} \right)^{12}$ donne une contribution dominante de type :

☐ répulsion à courte distance

☐ attraction à courte distance

☐ répulsion à longue distance

☐ attraction à longue distance

Question 12 [PbLJQ3] (1 point)

Dans $E_p(x)$, le terme $-4\epsilon \left(\frac{\sigma}{x} \right)^6$ donne une contribution dominante de type :

☐ attraction à longue distance

☐ répulsion à longue distance

☐ répulsion à courte distance

☐ attraction à courte distance

Question 13 [PbLJQ4] ♣ (2 points)

Montrer qu'il existe une position d'équilibre en $x_{eq} = 2^{\frac{1}{6}} \sigma$

Question 14 [PbLJQ5] ♣ (2 points)

Déterminer la stabilité de cet équilibre.

Question 15 [PbLJQ6] (1 point)

Au voisinage de x_{eq} , $E_p(x)$ peut être approximée par une énergie potentielle :

☐ de rappel élastique

☐ électrostatique

☐ gravitationnelle

☐ Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 16 [PbLJQ7] ♣ (1.5 points)

Montrer que M ne peut avoir une énergie mécanique $E_m < E_p(x_{eq})$.

NOM :

Prénom :

Groupe :

CODAGE DU N° ÉTUDIANT
(colorier complètement les cases)

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

→
SENS DE REMPLISSAGE

Réponses au QCM :

Question 2 ☐ A ☐ B ☐ C ☒Question 3 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 4 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 5 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 6 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 7 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 9 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 10 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 11 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 12 ☒ ☐ B ☐ C ☐ DQuestion 15 ☒ ☐ B ☐ C ☐ D

Question 1

Th. E_m ☒ ☒ ☒ ☒ Réservé à l'enseignant(e)

$$\text{Ds } \mathcal{R}_{gal}, \text{ PFD sur } M : m \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} \quad (1)$$

$$(1) \cdot d\vec{r} \Rightarrow m \vec{a} \cdot d\vec{r} = \left(\sum \vec{F}_{ext} \right) \cdot d\vec{r}$$

$$\text{or } m \vec{a} \cdot d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = m d\vec{v} \cdot \vec{v} = d \left(\frac{1}{2} m v^2 + v^t \right) = dE_c \quad (2) \text{ (avec } v^t = 0 \text{ par convention)}$$

$$\text{et } \left(\sum \vec{F}_{ext} \right) \cdot d\vec{r} = \sum (\vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r}) = \sum SW(\vec{F}_{ext}) = \underbrace{\sum SW(\vec{F}_{ext}^c)}_{= dE_p} + \sum SW(\vec{F}_{ext}^{Nc}) \quad (3)$$

$$(2) = (3) \Rightarrow \underbrace{d(E_c + E_p)}_{dE_m} = \sum SW(\vec{F}_{ext}^{Nc})$$

Question 8

 $W(\vec{f})$ ■ ■ ■ Réserve à l'enseignant(e)

$$\begin{aligned}
 W_{\vec{f}}(\vec{F}) &= \int_{\vec{f} \in A \rightarrow B} \vec{f} \cdot d\vec{r} & \text{ou } d\vec{r} &= l \, d\theta \, \vec{u}_\theta \\
 &= -\mu_d m g l \cos(\alpha) \int_0^\pi d\theta & \vec{f} &= -\|\vec{f}\| \vec{u}_\theta = -\mu_d m g \cos(\alpha) \vec{u}_\theta \quad (q^e \text{ précédente}) \\
 &= -\mu_d m g l \cos(\alpha) \pi & & < 0 : \text{cohérent}
 \end{aligned}$$

Question 13

Équilibre ■ ■ ■ Réserve à l'enseignant(e)

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{x_{eq}} = 0 = 4\varepsilon \left[(-12) \frac{\sigma^{12}}{x_{eq}^{13}} + 6 \frac{\sigma^6}{x_{eq}^7} \right] = \frac{6 \times 4 \varepsilon \sigma^6}{x_{eq}^7} \left[-2 \left(\frac{\sigma}{x_{eq}} \right)^6 + 1 \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{eq} \rightarrow +\infty : \text{pas la soln}^e \text{ cherchée ici} \\ \text{ou} \\ -2 \left(\frac{\sigma}{x_{eq}} \right)^6 + 1 = 0 \Rightarrow x_{eq} = 2^{1/6} \sigma \quad (4) \\ > 0 \text{ car } \sigma > 0 \end{cases}$$

Question 14

Stabilité ■ ■ ■ Réserve à l'enseignant(e)

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d^2 E_p}{dx^2} \right|_{x_{eq}} &= 6 \times 4 \times \varepsilon \sigma^6 \left[(-2)(-13) \frac{\sigma^6}{x_{eq}^{14}} - 7 \frac{1}{x_{eq}^8} \right] \\
 &= \frac{6 \times 4 \times \varepsilon \sigma^6}{x_{eq}^8} \left[(-13) \underbrace{\left((-2) \left(\frac{\sigma}{x_{eq}} \right)^6 \right)}_{\substack{(4) \\ = -1}} - 7 \right] \\
 &= \frac{6^2 \times 4 \times \varepsilon \sigma^6}{x_{eq}^8} \\
 &> 0 \quad \text{car } \varepsilon, \sigma \text{ et } x_{eq} > 0 \\
 &\Rightarrow \text{eq. stable}
 \end{aligned}$$

Question 16

 $E_m < E_p(x_{eq})$ ■ ■ Réserve à l'enseignant(e)

$$E_m = E_c + E_p \Rightarrow E_c = E_m - E_p = \frac{1}{2} m v^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \forall x, \text{ on a } E_m \geq E_p \quad (\text{en particulier en } x_{eq}).$$