Mécanique du point

PI1-MI/GC — CC1 — 2024/2025

Durée : 1h30' (2h en cas de tiers-temps)

Sont interdits :
- les documents
- les objets électroniques

Seules doivent être rendues :
- la feuille de réponses au QCM :
  - *noircir complètement* la case correspondant à la réponse choisie
  - chaque question ne comporte qu'une seule réponse correcte
  - il n'y a pas de point négatif pour une réponse incorrecte
- le cas échéant, les feuilles de réponses aux questions ouvertes (icône ♣).

Ce document doit comporter 8 pages et 15 questions.

Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

Considérations générales *(5 points)*

Question 1 [CgQ0] *(1 point)*
Dans un référentiel donné, la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un point matériel de masse m et vitesse $\vec{v}$ est égale à :

- ■ $m\,\vec{v}$
- B $\frac{1}{2}\,m\,\vec{v}^2$
- C $m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$
- D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 2 [CgQ1] *(1 point)*
Laquelle des interactions ci-dessous n'est pas une interaction fondamentale (au sens du modèle actuel de la Physique) :

- ■ rappel élastique
- B gravitation
- C électromagnétisme
- D interaction forte
- E interaction faible

Question 3 [CgQ2] *(1 point)*
Soit un ressort d'extrémités H et M, raideur k, longueur ℓ et longueur à vide ℓ_0.
On note $\vec{u}_{\mathrm{HM}}$ un vecteur unitaire de H vers M.
La force $\vec{F}$ exercée par le ressort sur M s'écrit :

- ■ $-\,k\,(\ell-\ell_0)\,\vec{u}_{\mathrm{HM}}$
- B $+\,k\,(\ell-\ell_0)\,\vec{u}_{\mathrm{HM}}$
- C $-\frac{1}{2}\,k\,(\ell-\ell_0)^2\,\vec{u}_{\mathrm{HM}}$
- D $+\frac{1}{2}\,k\,(\ell-\ell_0)^2\,\vec{u}_{\mathrm{HM}}$
- E Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 4 [CgQ3] *(1 point)*
Soient deux points A et B de masses respectives m_A et m_B, de charges respectives q_A et q_B, et distants de r.
Le rapport des forces gravitationnelle et électrostatique entre A et B est :

- ■ indépendant de r
- B proportionnel à r
- C proportionnel à r^{-1}
- D proportionnel à r^2
- E proportionnel à r^{-2}
- F Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 5 [CgQ4] *(1 point)*
Dans l'expression de la force de frottement fluide $\vec{F} = -\alpha\,\|\vec{v}\|\,\vec{v}$, où $\vec{v}$ est la vitesse de l'objet par rapport au fluide, le coefficient α est :

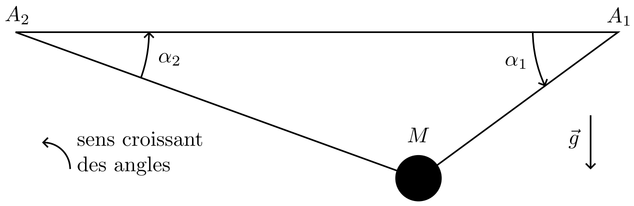
- ■ nécessairement positif
- B nécessairement négatif
- C positif ou négatif selon les cas

Suspension *(5 points)*

idem TD ex. "hamac"

Dans le référentiel terrestre, approximé galiléen, on considère la situation illustrée ci-dessous : un objet de masse volumique ρ et volume V (de centre d'inertie M) est suspendu par deux cordes attachées au plafond en A_1 et A_2. On étudie l'état d'équilibre de M.

On note g la norme du champ de pesanteur terrestre et $\vec{T}_i$ la force de tension sur M de la corde attachée en A_i ($i = 1, 2$). On néglige d'abord la poussée d'Archimède due à l'air.



Question 6 [`PbSusQ0`**]** *(1 point)*
Dans un référentiel galiléen, le mouvement d'un point matériel à l'équilibre est :

■ rectiligne et uniforme

[B] nécessairement au repos

[C] circulaire et uniforme

[D] rectiligne et non uniforme

Question 7 [`PbSusQ1`**]** *(1 point)*
Le PFD projeté sur l'axe horizontal conduit à :

■ $\|\vec{T}_1\|\cos(\alpha_1) - \|\vec{T}_2\|\cos(\alpha_2) = 0$

[B] $\|\vec{T}_1\|\sin(\alpha_1) - \|\vec{T}_2\|\sin(\alpha_2) = 0$

[C] $\|\vec{T}_1\|\sin(\alpha_2) - \|\vec{T}_2\|\sin(\alpha_1) = 0$

[D] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 8 [`PbSusQ2`**]** *(1 point)*
Le PFD projeté sur l'axe vertical conduit à :

■ $\|\vec{T}_1\|\sin(\alpha_1) + \|\vec{T}_2\|\sin(\alpha_2) = \rho V g$

[B] $\|\vec{T}_1\|\cos(\alpha_1) + \|\vec{T}_2\|\cos(\alpha_2) = -\rho V g$

[C] $\|\vec{T}_1\|\sin(\alpha_1) + \|\vec{T}_2\|\sin(\alpha_2) = 0$

[D] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 9 [`PbSusQ3`**]** *(1 point)*
On déduit des deux questions précédentes que :

■ $\|\vec{T}_{\substack{1\\2}}\| = \dfrac{\rho V g}{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)} \cdot \dfrac{1}{\cos(\alpha_{\substack{1\\2}})}$

[B] $\|\vec{T}_{\substack{1\\2}}\| = 0$

[C] $\|\vec{T}_{\substack{1\\2}}\| = \dfrac{\rho V g}{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)} \cdot \dfrac{1}{\sin(\alpha_{\substack{1\\2}})}$

[D] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 10 [`PbSusQ4`**]** *(1 point)*
En tenant compte de la poussée d'Archimède due à l'air de masse volumique ρ_a, les équations du mouvement conservent la même forme en remplaçant ρ par :

■ $\rho - \rho_a$

[B] $\rho + \rho_a$

[C] ρ_a

[D] Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Fête foraine *(8.5 points)*

Dans le référentiel terrestre, approximé galiléen, on considère la situation suivante (voir schéma à compléter q.11) :
un manège est constitué d'un cylindre de rayon R et d'axe vertical, fermé à sa base par un plancher amovible. Un passager de masse m se place dans le cylindre, contre la paroi. Le cylindre est alors mis en rotation autour de son axe. Lorsqu'une vitesse angulaire suffisante $\dot{\theta}_m$ est atteinte, le plancher est enlevé et le passager reste "collé" à la paroi.

On note :
- $\overrightarrow{P}$ le poids du passager
- $\overrightarrow{R}_N$ la réaction normale de la paroi
- $\overrightarrow{R}_T$ la réaction tangentielle de la paroi
- g la norme du champ de pesanteur terrestre
- μ_s le coefficient de frottement statique entre le corps du passager et la paroi du cylindre.

Dans les questions 11 à 14, on considère $\dot{\theta}_m$ atteinte et maintenue constante.

Question 11 [`PbCylQ0`] ♣ *(1.5 points)*
Compléter le schéma de la situation en faisant apparaître les forces exercées sur un passager (assimilé à son centre d'inertie M).

Question 12 [`PbCylQ1`] ♣ *(2.5 points)*
À partir de l'expression générale de l'accélération en cylindriques, déterminer *en justifiant* l'accélération $\overrightarrow{a}$ de M.

Question 13 [`PbCylQ2`] ♣ *(2.5 points)*
À partir du PFD, déterminer la valeur minimale de $\dot{\theta}_m$ en fonction des paramètres de l'énoncé.

Question 14 [`PbCylQ3`] ♣ *(1 point)*
Calculer cette valeur minimale en $\text{tours} \cdot \text{min}^{-1}$ pour $R = 5\,\text{m}$, $\mu_s = 0{,}5$ et $g = 10\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
(on prendra $\pi \approx 3$).

Question 15 [`PbCylQ4`] ♣ *(1 point)*
Durant la phase initiale, le cylindre subit une accélération angulaire constante $\ddot{\theta}_0$ pour passer de $\dot{\theta}(t_0) = 0$ à $\dot{\theta}(t_m) = \dot{\theta}_m$. Déterminer la durée $t_m - t_0$.

Mécanique du point - PI1-MI/GC - CC1 - 2024/2025

NOM : ....

Prénom : ....

Groupe : ....

CODAGE DU N° ÉTUDIANT
(colorier complètement les cases)

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

SENS DE REMPLISSAGE →

Réponses au QCM :

Question 1 ■ B C D

Question 2 ■ B C D E

Question 3 ■ B C D E

Question 4 ■ B C D E F

Question 5 ■ B C

Question 6 ■ B C D

Question 7 ■ B C D

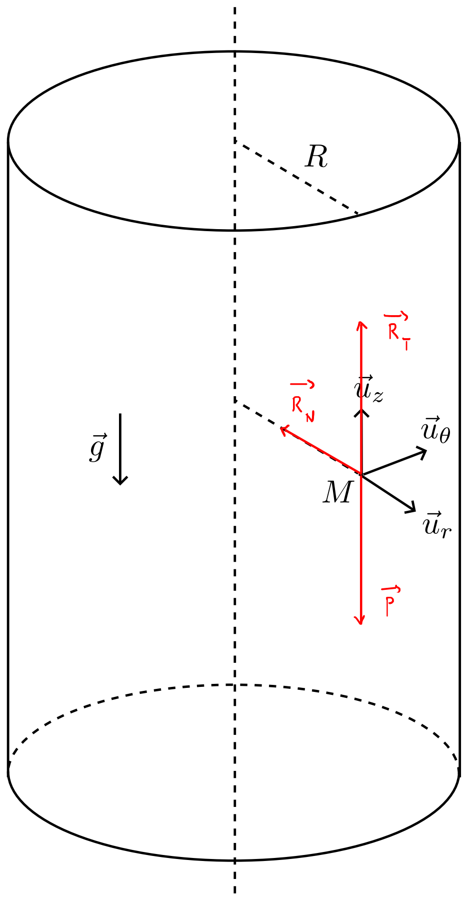
Question 8 ■ B C D

Question 9 ■ B C D

Question 10 ■ B C D

Question 11

Schéma ***Réservé à l'enseignant(e)***



Question 12

$\vec{a}$ ***Réservé à l'enseignant(e)***

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta + \ddot{z}\,\vec{u}_z$$

dans $\mathcal{R}_T$: mvmt circulaire uniforme à $z = cte$ qd $\dot{\theta}_m$ atteinte :

$$\begin{cases} r = cte = R \Rightarrow \begin{cases} \dot{r} = 0 \\ \ddot{r} = 0 \end{cases} \\ \dot{\theta} = cte = \dot{\theta}_m \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \\ z = cte \Rightarrow \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -R\,\dot{\theta}_m^{\,2}\,\vec{u}_r$$

Question 13

$\dot\theta_m$ [redacted] *Réservé à l'enseignant(e)*

Ds $\mathcal{R}_T \simeq$ gal , PFD sur M :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}_T + \vec{R}_N$$

projection sur $\begin{cases} \vec{u}_r : & -mR\dot\theta_m^2 = -\|\vec{R}_N\| \quad (1) \\ \vec{u}_z : & 0 = -mg + \underbrace{\|\vec{R}_T\|}_{} \quad (2) \end{cases}$

$$= \|\vec{R}_{T,max}\| = \mu_s \|\vec{R}_N\| \overset{(1)}{=} \mu_s m R \dot\theta_m^2$$

pour obtenir $\dot\theta_m$ min permettant l'éq s/ $\vec{u}_z$

$$(2) \Rightarrow 0 = m\left(\underbrace{-g + \mu_s R \dot\theta_m^2}_{=0}\right)$$

$$\Rightarrow \dot\theta_m = \left(\frac{g}{\mu_s R}\right)^{1/2}$$

Question 14

$\dot\theta_m$ num. [redacted] *Réservé à l'enseignant(e)*

$$\dot\theta_m = \left(\frac{10\ m.s^{-2}}{0,5 \times 5\ m}\right)^{1/2} \times \frac{60\ s/min}{2\pi\ rad/tour} \simeq 20\ \text{tours}.min^{-1}$$

Question 15

$t_m - t_0$ [redacted] *Réservé à l'enseignant(e)*

$$\ddot\theta_0 = cte = \frac{\dot\theta_m - \overbrace{\dot\theta(t_0)}^{=0}}{t_m - t_0} \Rightarrow t_m - t_0 = \frac{\dot\theta_m}{\ddot\theta_0}$$