

# Mécanique du point matériel

PI1-MI/GC — CC1 — 2023/2024

Durée : 1h30' (2h en cas de tiers-temps)

## Sont interdits :

- les documents ;
- tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;
- les déplacements et les échanges.

## Consignes :

Seules les dernières feuilles doivent être rendues :

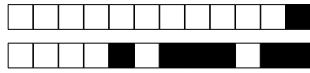
1. la feuille-réponse du QCM :
  - (a) y indiquer vos nom, prénom et groupe dès le début officiel de l'épreuve ;
  - (b) remplir complètement au stylo noir la case correspondant à la bonne réponse (une case simplement cochée ne sera pas comptabilisée) ;
  - (c) chaque question ne comporte qu'une seule réponse correcte ;
  - (d) il n'y a pas de point négatif pour une réponse incorrecte ;
2. le cas échéant, les feuilles de réponses aux questions ouvertes (icône ♣).

**Le cas échéant, vos réponses doivent être justifiées.**

**Une attention particulière sera portée à la qualité et au soin de la rédaction.**

Vérifier que ce document comporte 10 pages et 17 questions.

*Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.*



---

## Considérations générales (9 points)

---

Pour les trois questions suivantes, on se place dans un référentiel  $\mathcal{R}$  muni des repères cartésien  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$  et polaire  $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ .

### Question 1 (1 point)

Les vecteurs de la base polaire s'écrivent dans la base cartésienne :

- A  $\vec{u}_r = \cos(\theta) \vec{u}_x + \sin(\theta) \vec{u}_y$  et  $\vec{u}_\theta = -\sin(\theta) \vec{u}_x + \cos(\theta) \vec{u}_y$
- B  $\vec{u}_r = \sin(\theta) \vec{u}_x + \cos(\theta) \vec{u}_y$  et  $\vec{u}_\theta = -\cos(\theta) \vec{u}_x + \sin(\theta) \vec{u}_y$
- C  $\vec{u}_r = \cos(\theta) \vec{u}_x + \sin(\theta) \vec{u}_y$  et  $\vec{u}_\theta = -\sin(\theta) \vec{u}_x + \cos(\theta) \vec{u}_y$
- D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 2 ♣ (2 points)

Dans la base polaire, exprimer  $\frac{d\vec{u}_r}{dt}$  et  $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$  (détailler vos calculs).

### Question 3 ♣ (3 points)

Dans la base polaire, exprimer les vecteurs position  $\overrightarrow{OM}$ , vitesse  $\vec{v}$  et accélération  $\vec{a}$  (détailler vos calculs).

### Question 4 (1 point)

Soit un ressort d'extrémités H et M, de raideur  $k$ , de longueur  $\ell$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . On note  $\vec{u}_{HM}$  un vecteur unitaire de H vers M. La force  $\vec{F}$  exercée par le ressort sur M s'écrit :

- A  $k(\ell - \ell_0) \vec{u}_{HM}$
- B  $-k(\ell - \ell_0) \vec{u}_{HM}$
- C  $-k(\ell - \ell_0)^2 \vec{u}_{HM}$
- D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 5 (1 point)

Dans un référentiel galiléen, le mouvement du centre d'inertie d'un système isolé est :

- A rectiligne mais non-uniforme
- B rectiligne et uniforme
- C non-rectiligne mais uniforme
- D On ne peut pas conclure.

### Question 6 (1 point)

Dans l'expression de la force de frottement fluide  $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$ , le coefficient  $\alpha$  est :

- A positif ou négatif selon les cas
- B nécessairement négatif
- C nécessairement positif



## Platine CD (6 points)

Dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$ , ici approximé galiléen, on considère la situation suivante : une platine CD initialement au repos (instant  $t_i$ ) fait deux tours avec une accélération angulaire constante  $\ddot{\theta}_0$  jusqu'à atteindre (instant  $t_f$ ) une vitesse angulaire constante  $\dot{\theta}_0$  pour la lecture du disque.

### Question 7 (1 point)

$\forall t \in [t_i; t_f]$ , l'angle  $\theta(t)$  est égal à :

A  $\theta(t_i) - \frac{\ddot{\theta}_0}{2} (t - t_i)^2$

C  $\frac{\ddot{\theta}_0}{2} (t - t_i)^2$

B  $\theta(t_i) + \frac{\ddot{\theta}_0}{2} (t - t_i)^2$

D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 8 (1 point)

La durée  $t_f - t_i$  de la phase d'accélération angulaire est donc égale à :

A  $\frac{\dot{\theta}_0}{8\pi}$

C  $\frac{4\pi}{\dot{\theta}_0}$

B  $\frac{8\pi}{\dot{\theta}_0}$

D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 9 (1 point)

$\ddot{\theta}_0$  est donc égale à :

A  $-\frac{\dot{\theta}_0^2}{8\pi}$

C  $\frac{\dot{\theta}_0^2}{8\pi}$

B 0

D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 10 (1 point)

$\forall t \in [t_i; t_f]$ , la vitesse  $\vec{v}(t)$  d'un point du disque à distance  $r$  du centre est égale à :

A  $r \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \vec{u}_r$

C  $r \dot{\theta}_0 \vec{u}_r$

B  $r \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \vec{u}_\theta$

D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 11 (1 point)

$\forall t \in [t_i; t_f]$ , l'accélération  $\vec{a}(t)$  d'un point du disque à distance  $r$  du centre est égale à :

A  $-r \left[ \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \right]^2 \vec{u}_r + r \ddot{\theta}_0 \vec{u}_\theta$

C  $-r \left[ \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \right]^2 \vec{u}_r$

B  $\left\{ \ddot{r} - r \left[ \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \right]^2 \right\} \vec{u}_r$

D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

### Question 12 (1 point)

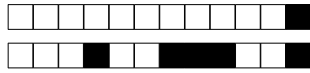
$\forall t > t_f$ , l'accélération  $\vec{a}(t)$  d'un point du disque à distance  $r$  du centre est égale à :

A  $\ddot{r} \vec{u}_r$

C  $-r \left[ \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \right]^2 \vec{u}_r + r \ddot{\theta}_0 \vec{u}_\theta$

B  $-r \left[ \ddot{\theta}_0 (t - t_i) \right]^2 \vec{u}_r$

D Aucune des réponses précédentes n'est correcte.



---

## Satellite géostationnaire (8 points)

---

Dans le référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_g$ , ici approximé galiléen, on considère la situation suivante : un satellite est en orbite géostationnaire s'il se trouve à chaque instant à la verticale et à distance constante d'un même point de la surface terrestre.

Le satellite est assimilé à un point matériel de masse  $m_S$ , à distance  $h_S$  au-dessus de la surface terrestre, et soumis uniquement à la gravitation terrestre. La Terre est en rotation uniforme sur elle-même, de période  $T_T$ .

Dans ce qui suit, on cherche entre autres à déterminer  $h_S$ .

*Données :*

- constante de gravitation universelle  $\mathcal{G} \approx 6 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- masse de la Terre  $m_T \approx 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
- rayon de la Terre  $R_T \approx 6 \times 10^3 \text{ km}$

**Question 13 ♣** (1 point)

Exprimer la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_T$  de rotation de la Terre sur elle-même en fonction de  $T_T$ .

**Question 14 ♣** (2 points)

Exprimer, en justifiant votre réponse, l'accélération  $\vec{a}_S$  du satellite en fonction des paramètres du problème.

**Question 15 ♣** (2 points)

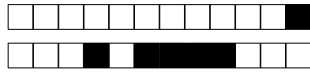
À partir du Principe Fondamental de la Dynamique, exprimer  $h_S$  en fonction des paramètres du problème.

**Question 16 ♣** (1 point)

En déduire un ordre de grandeur numérique de  $h_S$ .

**Question 17 ♣** (2 points)

Exprimer la norme  $v_S$  de la vitesse du satellite en fonction des paramètres du problème, puis en donner un ordre de grandeur numérique.



Mécanique du point matériel - PI1-MI/GC - CC1 - 2023/2024

NOM : .....

Prénom : .....

Groupe : .....

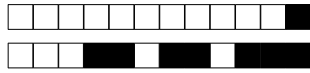
**CODAGE DU N°ÉTUDIANT *HORIZONTALEMENT***  
**(DANS LE SENS DE LECTURE)**

Premier chiffre du n°étudiant

Dernier chiffre du n°étudiant

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

SENS DE REMPLISSAGE  
→  
DU N°ÉTUDIANT



Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.

La copie ne sera corrigée que si :

- elle comporte vos nom, prénom et groupe ;
- les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;
- la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.

Question 1  A  B  C  D

Question 4  A  B  C  D

Question 5  A  B  C  D

Question 6  A  B  C

Question 7  A  B  C  D

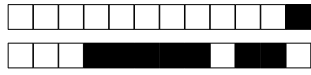
Question 8  A  B  C  D

Question 9  A  B  C  D

Question 10  A  B  C  D

Question 11  A  B  C  D

Question 12  A  B  C  D

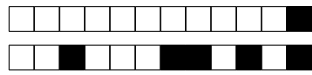


Question 2

Dérivée base polaire .5 .5 1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 3

Grandeurs cinématiques .5 .5 1 1 *Réservé à l'enseignant(e)*



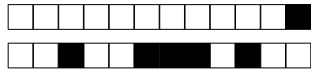
Question 13

Satellite :  $\dot{\theta}_T$   1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 14

Satellite :  $\vec{a}_S$   .5  .5  1 *Réservé à l'enseignant(e)*





Question 15

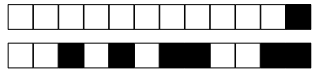
Satellite :  $h_S$  .5 .5 1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 16

Satellite :  $h_S$  (odg) .5 .5 1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 17

Satellite :  $v_S$  (+ odg) .5 .5 1 *Réservé à l'enseignant(e)*



+1/10/51+