
Formulaire de dérivation - Fonctions usuelles

Dérivation

u, v, f et g désignent des fonctions dérivables, a, b, α des réels, $n \in \mathbb{N}$

Expression de F	Expression de F'	Expression de F	Expression de F'
a	0	$ax + b$	a
x^2	$2x$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
x^n	nx^{n-1}	$\frac{1}{x^\alpha}$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\frac{1}{x^\alpha}$	$-\frac{\alpha}{x^{\alpha+1}}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{nx}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$	$\sqrt[n]{x}$	$-\frac{1}{nx\sqrt[n]{x}}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\exp(x)$	$\exp(x)$	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\operatorname{ch}(x)$	$\operatorname{sh}(x)$	$\operatorname{argch}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{sh}(x)$	$\operatorname{ch}(x)$	$\operatorname{argsh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$\operatorname{th}(x)$	$1 - \operatorname{th}^2(x) = \frac{1}{\operatorname{ch}^2(x)}$	$\operatorname{argth}(x)$	$\frac{1}{1-t^2}$

Expression de F	Expression de F'	Expression de F	Expression de F'
au	au'	$u+v$	$u'+v'$
uv	$u'v + uv'$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'}{v} - \frac{uv'}{v^2} = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
$f \circ g$	$g' \cdot (f' \circ g)$	$\frac{v}{u^n}$	$\frac{n.u'.u^{n-1}}{n.u'.u^{n-1}}$
u^α	$\alpha u' u^{\alpha-1}$	$\frac{1}{u^n}$	$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$
$\frac{u}{v^n}$	$\frac{u'}{v^n} - \frac{nuv'}{v^{n+1}}$ $= \frac{u'v - nuv'}{v^{n+1}}$	$\frac{u}{v^\alpha}$	$\frac{u'}{v^\alpha} - \frac{\alpha uv'}{v^{\alpha+1}}$ $= \frac{u'v - \alpha uv'}{v^{\alpha+1}}$
u^2	$2u'.u$	$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
\sqrt{u}	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\frac{1}{\sqrt{u}}$	$-\frac{u'}{2u\sqrt{u}}$
$\sin(u)$	$u' \cos(u)$	$\arcsin(u)$	$\frac{u}{\sqrt{1-u^2}}$
$\cos(u)$	$-u' \sin(u)$	$\arccos(u)$	$-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$\tan(u)$	$u'(1 + \tan^2(u))$	$\arctan(u)$	$\frac{u'}{1+u^2}$
$\exp(u)$	$u' \exp(u)$	$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
$\operatorname{ch}(u)$	$u' \operatorname{sh}(u)$	$\operatorname{argch}(u)$	$\frac{u'}{\sqrt{u^2-1}}$
$\operatorname{sh}(u)$	$u' \operatorname{ch}(u)$	$\operatorname{argsh}(u)$	$\frac{u'}{\sqrt{u^2+1}}$
$\operatorname{th}(u)$	$u'(1 - \operatorname{th}^2(u))$	$\operatorname{argth}(u)$	$\frac{u'}{1-u^2}$

Théorème Soit $f : I \longrightarrow J$ une fonction bijective et dérivable. Soit $x_0 \in I$ et $y_0 \in J$.
Alors :

- Si $f'(x_0) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable en $f(x_0)$ et $(f^{-1})'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$.
- Si $f'(f^{-1}(y_0)) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable en y_0 et $(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$.