Formulaire d’analyse asymptotique

Relations d’équivalence usuelles au voisinage de 0 :

$$* \sin x \underset{x\to 0}{\sim} x$$
$$* 1-\cos x \underset{x\to 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$$
$$* \tan x \underset{x\to 0}{\sim} x$$
$$* \ln(1+x) \underset{x\to 0}{\sim} x$$
$$* \mathrm{e}^x - 1 \underset{x\to 0}{\sim} x$$
$$* (1+x)^\alpha - 1 \underset{x\to 0}{\sim} \alpha x$$

On peut remplacer ***x*** par une suite u_n qui tend vers 0 pour obtenir des relations d’équivalence usuelles entre suites.

Développements limités usuels :

A l’ordre n	Premiers termes
$\cos(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+1})$	$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \underset{x\to 0}{o}(x^5)$
$\sin(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \underset{x\to 0}{o}(x^{2n+2})$	$\sin(x) = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \underset{x\to 0}{o}(x^6)$
$e^x = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \underset{x\to 0}{o}(x^3)$
$\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k} + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \underset{x\to 0}{o}(x^3)$
$\frac{1}{1+x} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k x^k + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \underset{x\to 0}{o}(x^3)$
$\frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{n} x^k + \underset{x\to 0}{o}(x^n)$	$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \underset{x\to 0}{o}(x^3)$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-n+1)}{n!}x^n + o(x^n)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + o(x^3) \quad \Big| \quad \frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + o(x^3)$$