CY TECH	**Préing 1** **Examen analyse 2**	
	Matière : **Mathématiques - analyse 2** L'usage de tout appareil électronique est interdit	*Date :* **Mardi 4 juin 2024** *Durée :* **2h** *Nombre de pages :* **1**

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.
Le sujet comporte quatre exercices. L'ordre dans lequel ceux-ci sont traités n'est pas imposé.

♣ ♣ ♣

Exercice 1 :

On considére la fonction $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$

1. Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout $x \in [1, 2]$, on a :

$$f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

2. Déduire la valeur de l'intégrale : $I = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$.
3. Calculer l'intégrale $J = \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$.

Exercice 2 :

1. A l'aide d'un changement de variable, calculer les intégrales suivantes :

   (a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x^3}}$

   (b) $\int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$

2. Décomposer les fractions rationnelles, puis calculer ses primitives suivantes :

   (a) $\dfrac{x^3+2}{(x-1)^2}$

   (b) $\frac{5x^2-2x+3}{(x^2+1)(x-1)}$

Exercice 3 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y' + 2y = 2x + 3$.
2. $2xy' - y = x$ sur $x \in [0; +\infty[$.

Exercice 4 : Résoudre les problémes de Cauchy suivants :

1. $y' + 2y = -4,\ y(1) = -3.$
2. $(x^2+1)y' + 2xy = 3x^2 + 1,\ y(0) = 3.$

Exercice 5 :

1. Calculer
$$\int_0^1 \frac{1}{(1+x)^2}\,dx$$
2. En déduire
$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{(n+k)^2}$$