



Préing 1
Contrôle Continu n°2 – Sujet B
Analyse II

L'usage de tout appareil électronique est interdit.

Date : Mardi 29 avril 2025

Durée : 1h00

Nombre de pages : 1

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.

Le sujet comporte 3 exercices. L'ordre dans lequel ceux-ci sont traités n'est pas imposé.

Un barème est fourni à titre indicatif.

◇◇◇

Exercice 1. [5 points] Soit f la fonction définie pour $x \geq 0$ par $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}}$.

1. Calculer le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de $+\infty$. (2 pts)
2. Déterminer une asymptote oblique en $+\infty$ de f de la forme $g(x) = ax + b$. (1,5 pt)
3. Étudier la position relative entre les courbes de f et g . (1,5 pt)

Exercice 2. [8 points]

1. Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles.

(a) *Question de cours :* Expliquer la signification de la notation $u_n = o(v_n)$ en donnant une définition mathématique rigoureuse. (1 pt)

(b) Montrer que $n^2 = o(n^4)$. (1 pt)

2. Déterminer un équivalent simple puis donner la limite de la suite définie par :

$$u_n = \left(\sqrt{n^4 + 1} - n^2 \right) \left(e^{\frac{(-1)^n}{n}} - 1 \right). \quad (2 \text{ pts})$$

3. On donne la fonction g définie pour $x \neq 0$ par $g(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

- (a) Calculer le $DL_2(0)$ de la fonction g . (2 pts)
- (b) En déduire que l'on peut prolonger g par continuité en 0. (1 pt)
- (c) Trouver l'équation de la tangente à la courbe de g en $x = 0$. (1 pt)

Exercice 3. [7 points]

1. Calculer les intégrales suivantes :

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3x \cos(x^2) dx$. (2 pts)

(b) $\int_1^4 \max(3, x) dx$. (1,5 pt)

2. Calculer les primitives suivantes :

(a) $\int (3x^2 + 2x)e^{-x} dx$. (2 pts)

(b) $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx$. (1,5 pt)