



Préing 1
Contrôle Continu n°2 – Sujet A
Analyse II

L'usage de tout appareil électronique est interdit.

Date : Lundi 28 avril 2025

Durée : 1h00

Nombre de pages : 1

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.

Le sujet comporte 3 exercices. L'ordre dans lequel ceux-ci sont traités n'est pas imposé.

Un barème est fourni à titre indicatif.

◇◇◇

Exercice 1. [9 points]

1. Soit (u_n) et (v_n) deux suites réelles.

- (a) *Question de cours* : Donner une définition rigoureuse de la notation $u_n \sim v_n$. (1 pt)
- (b) Montrer que

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \sim \frac{1}{2\sqrt{n}}. \quad (2 \text{ pts})$$

2. Déterminer un équivalent simple de $u_n = \frac{\cos(1/n) - 1}{e^{1/n} - 1}$, puis déduire sa limite en $+\infty$. (2 pts)

3. On donne la fonction h définie sur $] -\pi, \pi[\setminus \{0\}$ par : $h(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}$.

- (a) Calculer le $DL_3(0)$ de la fonction h . (2 pts)
- (b) En déduire que l'on peut prolonger h par continuité en 0. (1 pt)
- (c) Trouver l'équation de la tangente à la courbe de h en $x = 0$. (1 pt)

Exercice 2. [6 points]

1. Calculer l'intégrale suivante :

$$\int_1^3 \frac{4x+8}{(x+2)^2} dx. \quad (2 \text{ pts})$$

2. Calculer les primitives suivantes :

- (a) $\int 5 \cos(x)(4 + 3 \sin(x))^3 dx$. (2 pts)
- (b) $\int \ln(x^3) dx$. (2 pts)

Exercice 3. [5 points] Soit f la fonction définie sur $] -1, +\infty[$ par :

$$f(x) = x \exp\left(\frac{2}{x+1}\right).$$

- 1. Calculer le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de $+\infty$. (2 pts)
- 2. Montrer que f possède une asymptote oblique en $+\infty$ et donner son équation. (1,5 pt)
- 3. Déterminer la position relative de la courbe par rapport à cette asymptote. (1,5 pt)