CY Cergy Paris Université
CY Tech
PréIng 1

2024 – 2025

Travaux dirigés de Panorama sur la Physique

Ce document est disponible en ligne

Table des matières

Plan du cours

Introduction

Les grands domaines de la physique

Les différentes échelles

Les différentes « écoles de pensées »

Introduction à la « pensée scientifique »

La méthode scientifique

Dimensions, unités, analyse dimensionnelle

Optique : l'étude de la lumière

Les modèles décrivant la lumière

Optique géométrique

Cinématique : la description du mouvement

Repérage dans l'espace et le temps

Rappels (et +) : Calcul vectoriel, Dérivée

Les grandeurs cinématiques

Mécanique

Les 3 lois de Newton

Les différentes forces

Travail et énergie

Contact

— Enseignant chargé du cours magistral : Émilie Dupont
— Bureau : Bâtiment Cauchy | Étage 3 | CY 308
— E-mail : `emilie.dupont@cyu.fr`

L'équipe pédagogique

Cours Magistral (CM) : Émilie Dupont (Cergy) ; et Paul Fruton (Pau)
Travaux dirigés (TD) :
Panayotis Akridas (Cergy) panayotis.akridas-morel@cyu.fr
Abdelaziz Boumiz (Cergy) abdelaziz.boumiz@cyu.fr
Lucie Desplat (Pau) lucie.desplat@cyu.fr
Émilie Dupont (Cergy) emilie.dupont@cyu.fr
Paul Fruton (Pau) paul.fruton@cyu.fr
Fabien Piguet (Cergy) fabien.piguet@cyu.fr

Quelques références

Liste non exhaustive de livres recommandés pour ce cours.

— « Le Cours de physique de Feynman » (titre original : Feynman Lectures on Physics) de Richard Feynman, Robert B. Leighton (en) et Matthew Sands (en), volume I
— Jean-Marie Brébec : « H-prépa Optique-1re Année MPSI-PCSI-PTSI », Collectif Hachette
— Lucien Quaranta : « Optique », ELSEVIER-MASSON
— P. Brenders, M. Sauzeix : « précis d'Optique physique MP PC PSI PT », Bréal
— Halliday, Resnick, Walker : « Physique 1. Mécanique », Dunod
— Hecht : « Physique 1 : Mécanique », de Boeck
— Alonso, Finn : « Physique générale 1 », InterEditions
— Giancoli : « Physique générale 1 », De Boeck Université
— Séguin : « Physique : Mécanique », de Boeck
— Gié, Sarmant : « Mécanique 1ère Année », Tec et Doc
— José-Philippe Pérez : « Mécanique : Fondements et applications », Masson
— Jean Marc Levy-Leblonc : « La physique en question : mécanique », Vuibert
— Luc Valentin : « L'univers mécanique », Hermann
— Bernard Salamito et al. : « Physique PCSI - Tout-en-un - 5e édition », Dunod
— Jérôme Majou : « Super manuel de physique », MPSI, PCSI, PTSI, Bréal

Consultez le site du cours sur la plateforme.
Allez voir aussi les sites http://cpinettes.u-cergy.fr/S1-Meca et https://etienneklein.fr/.
Regarder la chaîne youtube sciences étonnantes... Il y a beaucoup de ressources en ligne, apprenez à choisir les bonnes (et bien sûr gare aux fakesciences)

Rappels

Unités

Le Système International (SI)
En 1960, lors de la onzième Conférence générale des poids et mesures (CGPM), apparaît le Système International d'unités, le SI, qui comprend aujourd'hui deux classes d'unités : les unités de base, au nombre de sept et les unités dérivées.
En 2018, lors de la 26$^{\text{ème}}$ CGPM, a eu lieu une redéfinition de quatre des sept unités de base, cette réforme est entrée en vigueur le 20 mai 2019. Cet événement marque un tournant important pour la physique, puisque les étalons matériels sont maintenant remplacés par la donnée de sept constantes physiques. Ce procédé avait commencé dès 1983, en fixant la valeur de c, la vitesse de la lumière, c'est au tour de h, la constante de Planck, de e, la charge électrique de l'électron, de k, la constante de Boltzman, et de N_A , la constante d'Avogadro, d'être désormais gravées dans les tables du SI, sans oublier $\Delta\nu_{Cs}$ la fréquence de la transition hyperfine de l'atome de césium 133 et K_{cd} l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique.
Cette méthode est très élégante, mais elle comporte un risque...réfléchissez y ! Et n'hésitez pas à lire par exemple :
https://lejournal.cnrs.fr/articles/ces-constantes-qui-donnent-la-mesure
Les unités de base

Le mètre (m)

Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299792458 de seconde.

Le kilogramme (kg)

Avant octobre 2018 : le kilogramme est la masse du prototype en platine iridié qui a été sanctionné par la Conférence générale des poids et mesures tenue à Paris en 1889 et qui est déposé au Bureau International des Poids et Mesures.
Après le 20 mai 2019 : le kilogramme, unité de masse du SI, est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Planck, h, égale à $6,62607015 \times 10^{-34}$ lorsqu'elle est exprimée en J·s, unité égale à kg·m^2·s^{-1}, le mètre et la seconde étant définis en fonction de c et de $\Delta\nu_{Cs}$.
Pour mesurer la constante de Planck h, les chercheurs ont utilisé une balance du watt (ou de Kibble) de quoi produire une valeur de h avec une incertitude relative de $5,7.10^{-8}$ conforme aux prescriptions du CIPM (Comité international des poids et mesures) .

La seconde (s)

La seconde est la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133, $\Delta\nu_{Cs}$.

L'ampère (A)

Avant octobre 2018 : l'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force de 2.10^{-7} newton par mètre de longueur.
Après le 20 mai 2019 : l'ampère, unité de courant électrique du SI, est défini en prenant la valeur numérique fixée de la charge élémentaire, e, égale à $1,602176634 \times 10^{-19}$ lorsqu'elle est exprimée en C, unité égale à A·s.

Le kelvin (K)

Avant octobre 2018 : le kelvin est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.
Après le 20 mai 2019 : le kelvin, unité de température thermodynamique du SI, est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Boltzmann, k, égale à $1,380649 \times 10^{-23}$ lorsqu'elle est exprimée en $\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$, unité égale à $\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-2}{\cdot}K^{-1}}$.

La candela (cd)

Avant octobre 2018 : le candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540,1012$ hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian.
Après le 20 mai 2019 : le candela est l'unité du SI d'intensité lumineuse dans une direction donnée. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence 5401012 Hz, K_{cd} , égale à 683 lorsqu'elle est exprimée en $\mathrm{lm{\cdot}W^{-1}}$, unité égale à $\mathrm{cd{\cdot}sr{\cdot}W^{-1}}$, ou $\mathrm{cd{\cdot}sr{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-2}{\cdot}s^3}$, le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de h, c et $\Delta\nu_{Cs}$.

La mole (mol)

Avant octobre 2018 : la mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans $0,012$ kilogramme de carbone 12.
Après le 20 mai 2019 : la mole est la quantité de matière d'un système contenant $N_A = 6,022140761023$ entités élémentaires (atomes, ions, molécules, etc...), N_A étant la constante d'Avogadro.

Ces données viennent des sites web suivants :

- http://www.metrologie-francaise.fr/fr/si/unites-mesure.asp ,
- https://www.bipm.org/fr/worldwide-metrology/metre-convention/.

N'hésitez pas à les consulter, vous y trouverez bien d'autres informations, et de jolies histoires... Car comme c'est expliqué sur ce site : "...il ne faudrait pas croire que ce système, une fois établi, reste figé. Les progrès de la science et des technologies, les nouveaux besoins de la société, et par conséquence les nouveaux besoins en terme d'exactitude accrue, amènent le LNE et l'ensemble des instituts nationaux de métrologie à améliorer, de façon constante et continue, la réalisation pratique de l'ensemble des unités du SI. Cette préoccupation concerne aussi bien les références que les moyens de transfert vers les utilisateurs, pour permettre de répondre au mieux à ces nouveaux besoins. Il est donc parfois nécessaire de faire évoluer les définitions des unités ou d'en introduire de nouvelles."
Pour regarder une vidéo sur la redéfinition du kilogramme :
https://www.youtube.com/watch?v=pBUdM30qmgM&feature=youtu.be

Préfixes

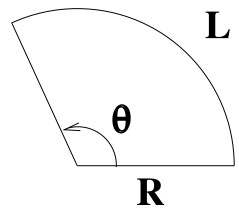
Facteur	Préfixe	Symbole
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	péta	P
10^{12}	téra	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	méga	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

Alphabet grec

Nom	Minuscule	Majuscule
alpha	α	A
beta	β	B
gamma	γ	Γ
delta	δ	Δ
epsilon	ε	E
zeta	ζ	Z
eta	η	H
theta	ϑ	Θ
iota	ι	I
kappa	$\varkappa$	K
lambda	λ	Λ
mu	μ	M
nu	ν	N
xi	ξ	Ξ
omicron	o	O
pi	π	Π
rho	ρ	P
sigma	σ	Σ
tau	τ	T
upsilon	υ	Υ
phi	φ	Φ
chi	χ	X
psi	ψ	Ψ
omega	ω	Ω

Prérequis de Mathématiques pour la physique

Exercice 1 – Définition d'un angle



Un arc de cercle de rayon $R = 2m$ a pour longueur $L = 4m$. Quelle est la valeur de l'angle θ ? Plusieurs réponses possibles.

1/ $2\,rd$

2/ $360/\pi\,^o$

3/ $0,5\,rd$

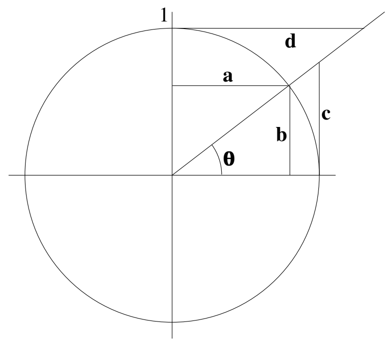
4/ $8\,rd$

5/ $\pi/90\,^o$

6/ $180\pi\,^o$

7/ Il n'y aucune réponse juste.

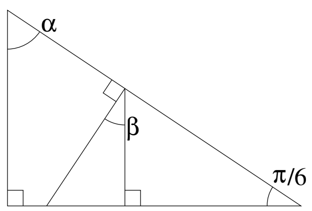
Exercice 2 – Lecture sur le cercle trigonométrique



Relier correctement le nom du segment à sa valeur :

1/ a	$\boxed{1}$ $\sin\theta$
2/ b	$\boxed{2}$ $\text{cotan}\,\theta$
3/ c	$\boxed{3}$ $\cos\theta$
4/ d	$\boxed{4}$ $\tan\theta$

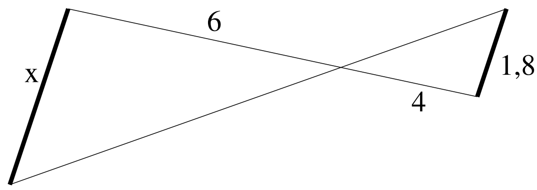
Exercice 3 – les angles dans un triangle



1/ Déterminer l'angle α en radian et en degré.

2/ Déterminer l'angle β en radian et en degré.

Exercice 4 – Théorème de Thales



Sachant que les deux segments en gras sont parallèles que vaut x :

1/ $2,7$

2/ 2

3/ 3

4/ $3,8$

5/ On ne peut pas conclure.

Exercice 5 – Formules d'addition des cosinus et sinus

Relier correctement :

1/ $\cos(a+b)$	$\boxed{1}$ $\cos a\,\cos b + \sin a\,\sin b$
2/ $\sin(a+b)$	$\boxed{2}$ $\cos a\,\cos b - \sin a\,\sin b$
3/ $\cos(a-b)$	$\boxed{3}$ $\sin a\,\cos b + \cos a\,\sin b$
4/ $\sin(a-b)$	$\boxed{4}$ $\sin a\,\cos b - \cos a\,\sin b$

Exercice 6 – Dérivée des cosinus et sinus en 0

Relier correctement :

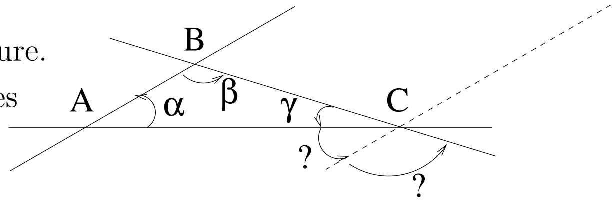
1/ $\cos' 0$	$\boxed{1}$ $\pi/2$
2/ $\sin' 0$	$\boxed{2}$ 0
	$\boxed{3}$ -1
	$\boxed{4}$ 1

1 | Géométrie

Propriétés géométriques usuelles

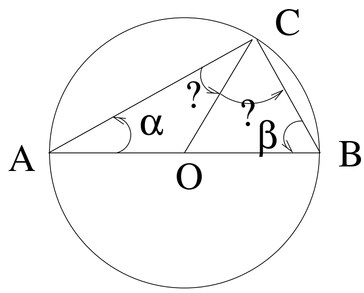
Exercice 1 – Somme des angles dans un triangle
On considère le triangle (ABC) et on appelle α, β et γ ses trois angles internes. On trace la parallèle à la droite (AB) passant par C.

1/ Déterminer les deux angles notés « ? » sur la figure.
2/ En déduire la valeur de la somme des trois angles internes d'un triangle.

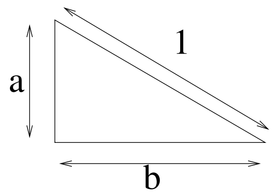


Exercice 2 – Triangle inscrit dans un cercle
On considère C un point quelconque sur le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$. On appelle α l'angle interne en A au triangle (ABC), et β celui en B.

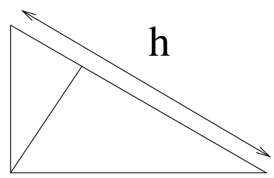
1/ Déterminer les deux angles notés « ? » sur la figure.
2/ En déduire la valeur de l'angle interne en C au triangle (ABC).
3/ Trouver les valeurs des deux derniers angles des triangles (AOC) et (OBC).



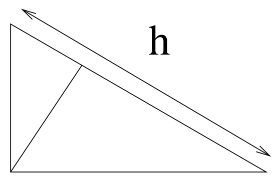
Exercice 3 – Théorème de Pythagore
Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse est de longueur 1
(dans l'unité de mesure choisie).
On appelle a et b les longueurs de ses deux autres côtés (a pour le plus petit).



1/ On dilate ce triangle d'un facteur h. On a ainsi obtenu un **triangle semblable** au précédent. Rappeler ce que cela signifie, qu'ont en commun les deux triangles ? Quelles sont les longueurs des trois côtés du triangle dilaté (à exprimer en terme de h, a et b) ?
2/ On trace la hauteur de l'angle droit vers l'hypoténuse.
Montrer que les deux petits triangles intérieurs sont semblables au triangle initial.
En déduire les longueurs de tous les côtés de ces deux petits triangles.
(à exprimer en terme de h, a et b)

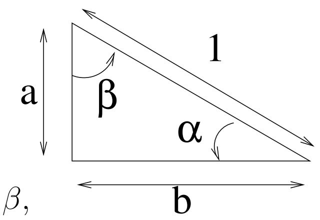


3/ On trace la hauteur de l'angle droit vers l'hypoténuse.
Montrer que les deux petits triangles intérieurs sont semblables au triangle initial. En déduire les longueurs de tous les côtés de ces deux petits triangles.(à exprimer en terme de h, a et b).



4/ En déduire le théorème de Pythagore.

5/ On appelle α et β les angles du premier triangle rectangle considéré.
Quel lien existe-t-il entre les angles α et β ?
Exprimer les longueurs a et b en fonction de α, puis de β.
Quelle formule de trigonométrie peut-on déduire directement de la question c) ?
On suppose que l'angle α devient très petit, vers quoi tendent l'angle β, et les longueurs a et b ?



Pour aller plus loin

Exercice 4 – Triangle équilatéral

Soit $(A_1A_2A_3)$ un triangle équilatéral de centre O et de côté a.

1/ Calculer d la distance du centre à l'un des sommets.

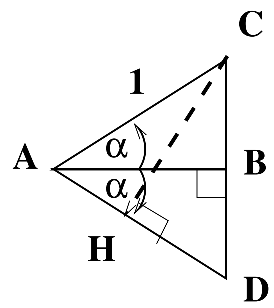
2/ Calculer α l'angle interne du triangle en l'un des sommets.

Exercice 5 – « Je vois le sinus de l'angle double »

(A, B, C) et (A, B, D) sont deux triangles semblables, ils sont tout deux rectangles en B et leur hypoténuse est de longueur 1.
(CH) en pointillés sur la figure est une hauteur du triangle (ADC).

1/ Que vaut l'angle en C entre la hauteur et le côté (CD) ?

2/ Calculer la longueur (CH) de deux façon différente et en déduire la formule du sinus de l'angle double.



2 | Analyse dimensionnelle

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.

Analyse dimensionnelle et unités

Exercice 1 – Dimension et unité de grandeur

1/ Déterminer la dimension et l'unité S.I. de la constante gravitationnelle G.

2/ Déterminer la dimension et l'unité S.I. de la constante de Planck h sachant qu'à toute onde électromagnétique de fréquence ν, on associe des photons d'énergie $E = h\nu$.

3/ L'expression du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde de longueur infinie est $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$ (où μ_0 perméabilité du vide, N nombre de spires, l longueur du solénoïde, I intensité du courant).
En déduire la dimension et l'unité S.I. de μ_0.

4/ La force magnétique $\overrightarrow{F}$ exercée sur un porteur de charge électrique q en mouvement à la vitesse $\overrightarrow{v}$ dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ est donnée par la relation de Lorentz : $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$ ($\wedge$ est un produit vectoriel et α est l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{B}$).
Exprimer la dimension de la grandeur B.

Trouver une formule

Exercice 2 – Poussée d'Archimède
Trouver à l'aide d'une analyse dimensionnelle, la formule donnant la poussée d'Archimède, sachant que cette force est fonction du volume du corps immergé V , de la masse volumique ρ du fluide et de l'accélération de la pesanteur g.
Aide : on cherchera les valeurs des exposants α, β et γ satisfaisant l'équation $P_A = C\, V^\alpha\, \rho^\beta\, g^\gamma$, C étant une constante numérique sans dimension.

1/ Donner les dimensions des paramètres du problème.

2/ Quelles sont les valeurs des exposants α, β et γ.

Exercice 3 – Chute libre

1/ On lance, verticalement, vers le haut et depuis le sol, un objet de masse m avec une vitesse initiale v_0. On veut trouver par une analyse dimensionnelle une expression de la hauteur h au-dessus du sol que l'objet atteindra (on négligera tout frottement).
Quelles sont les grandeurs pertinentes du problème ? En déduire une expression pour la hauteur h à l'aide d'une analyse dimensionnelle.

2/ On lâche sans vitesse initiale un objet de masse m d'une hauteur h au-dessus du sol. On veut trouver par une analyse dimensionnelle une expression de sa vitesse finale v_f en négligeant tout frottement.

Quelles sont les grandeurs pertinentes du problème ? En déduire une expression pour la vitesse v_f à l'aide d'une analyse dimensionnelle.

Exercice 4 – Trajectoires possibles

Une bille de masse m est lancée au bas d'une piste cylindrique de rayon R avec une vitesse initiale v_0. Si v_0 est faible la bille oscillera autour de sa position initiale (tout en bas de la piste). Pour v_0 très grande la bille fera une rotation complète. Enfin pour une valeur intermédiaire de la vitesse, elle décollera de la piste.

1/ Donner les dimensions de chacun des paramètres du problème (m, R ...).

2/ Trouver à l'aide d'une analyse dimensionnelle à quelle grandeur doit être comparée v_0 pour parler de « faible » ou « grande » vitesse (l'accélération de la pesanteur g est bien sur connue).

Exercice 5 – Corde de guitare

On considère une corde de guitare homogène, de masse m et de longueur l. Cette corde est soumise à une force de tension T.

On pince la corde et la déformation se propage le long de la corde à la vitesse v.

1/ Quelles sont les grandeurs pertinentes du problème.

2/ Déduire, à l'aide d'une analyse dimensionnelle, une expression pour la vitesse v en fonction des grandeurs pertinentes du problème.

Exercice 6 – Pendule simple

Un pendule simple est un fil sans masse de longueur l au bout duquel est attachée une masse m. A priori, la période T des oscillations d'un tel pendule peut dépendre de g, l, m et θ_{max}, l'angle de déviation maximale par rapport à la verticale.

1/ Montrer par analyse dimensionnelle que T ne peut pas dépendre de m et trouver sa dépendance en fonction de l et g.

2/ Pourquoi ne vous demande-t-on pas la dépendance en fonction de θ_{max} ?
Remarque : Galilée est le premier à s'être rendu compte expérimentalement que la période ne dépend que très faiblement de θ_{max} quand cet angle est petit.

Pour aller plus loin

Exercice 7 – Analyse dimensionnelle d'une explosion

On raconte que c'est grâce à une simple analyse dimensionnelle que Geoffrey Ingram Taylor a pu estimer l'énergie E dégagée par l'explosion d'une bombe atomique, alors que cette information était encore classée secret-défense.

Un film de l'explosion avait en effet été rendu public, permettant de connaître la taille r du champignon atomique après un temps t suivant l'explosion de la bombe.

1/ Justifier par un argument de dimension, qu'une relation entre E, r et t met nécessairement en jeu une autre grandeur dimensionnée.

On comprend d'ailleurs facilement qu'une caractéristique du milieu dans lequel l'explosion a lieu intervient ; on choisit la masse volumique de l'air ρ.

2/ En utilisant une analyse dimensionnelle, trouver une expression de r en fonction de t, faisant intervenir E et ρ (et une constante sans dimension).

Exercice 8 – L'effet Casimir

Comme on peut le lire sur Wikipedia : « L'effet Casimir, tel que prédit par le physicien néerlandais Hendrik Casimir en 1948, est une force attractive entre deux plaques parallèles conductrices et non chargées. Cet effet, dû aux fluctuations quantiques du vide ... »

Précisons-le bien, la force dont il est ici question se manifeste alors que les plaques conductrices sont dans le vide.

Le phénomène étant fondamentalement d'origine quantique, nous supposerons que cette force dépend de la constante de Planck h (celle permettant de connaître l'énergie d'un photon de fréquence ν : $E = h\,\nu$).

Le caractère conducteur des plaques indique que des propriétés électromagnétiques sont en jeu, et nous supposerons donc aussi que cette force dépend de c, la vitesse de la lumière.

1/ Donner les dimensions de chacun des paramètres du problème (h, ν, c ...).

2/ En utilisant une analyse dimensionnelle, trouver une expression de la force par unité de surface s'exerçant entre ces plaques en fonction de h, c et a, la distance séparant les plaques.

Exercice 9 – Masse d'un trou noir *

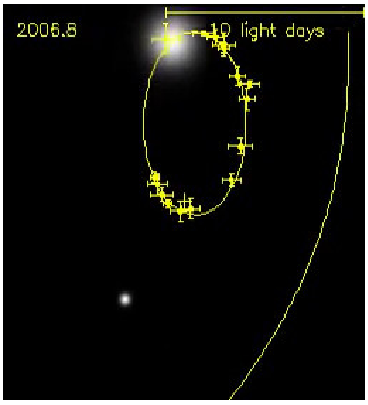
À partir des lois de Newton, il est possible de retrouver la troisième loi de Kepler donnant la période de rotation T d'une planète située à une distance R du soleil de masse M_{S} :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{G M_{\mathrm{S}}}}.$$

1/ Montrer que le terme à droite de l'égalité est bien homogène à un temps.

2/ À partir de vos connaissances et de la troisième loi de Kepler, donner un ordre de grandeur de la masse du Soleil.

3/ À partir de la figure ci-dessous, donner un ordre de grandeur de la masse de ce trou noir (situé au centre de notre galaxie).



Trajectoire d'une étoile entre janvier 1992 et juillet 2006.

Exercice 10 – Rayon de Schwarzschild *

La vitesse de libération d'un corps est la vitesse minimale à communiquer à ce corps pour échapper à l'attraction gravitationnelle d'un astre de masse M. À partir de la conservation de l'énergie, on peut montrer que la vitesse de libération v vérifie l'équation :

$$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM}{R} = 0, \tag{2.1}$$

où m est la masse du corps dont on cherche la vitesse et R est le rayon de l'astre en question.

1/ **Sur Terre**

a) Exprimer v en fonction des données du problème.

b) Calculer la vitesse de libération d'une fusée sur Terre.

2/ Un trou noir est caractérisé par son rayon de Schwarzschild R_{S} : la distance en-dessous de laquelle même la lumière ne peut s'échapper du trou noir. Calculer puis donner la valeur du rayon de Schwarzschild du trou noir précédemment étudié.

3 | La lumière

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.
On donne :
-la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s} \simeq 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$.
-les longueurs d'onde dans le vide des rayonnements visibles : rouge (620-700 nm), orange (580-620 nm), jaune (575-580 nm), vert (500-575 nm), bleu (450-500 nm) et violet (400-450 nm).
-la valeur approchée de la constante de Planck $h = 6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s^{-1}}$.

Généralités

Exercice 1 – Expérience de Fresnel
On place un disque opaque derrière un petit trou à travers lequel émerge de la lumière. On observe sur un écran l'ombre ainsi créée par ce disque. Qu'observe-t-on au centre de cette ombre ? Expliquer.

Exercice 2 –
La puissance par unité de surface de la lumière solaire, à la surface terrestre, vaut environ $1400\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$. En admettant que l'énergie moyenne des photons solaires correspond à la couleur orange, calculer le nombre de photons frappant une surface de $1\,\mathrm{cm^2}$ à chaque seconde.

Effet photoélectrique

Exercice 3 – Travail d'extraction
La longueur d'onde maximale pour observer l'effet photoélectrique en éclairant du potassium est de $\lambda_1 = 564\,\mathrm{nm}$.

1/ Calculer le travail d'extraction ϕ (énergie minimale pour extraire un électron).

2/ Si la longueur d'onde de la lumière utilisée est de $\lambda_2 = 400\,\mathrm{nm}$, déterminer l'énergie cinétique maximale des électrons extraits.

Exercice 4 –
Sachant que le travail d'extraction du zinc vaut $\phi = 4{,}33\,\mathrm{eV}$, peut-on observer l'effet photoélectrique avec de la lumière visible ? On donne 1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

Indice

Exercice 5 –
Quelle est la différence de temps de propagation de la lumière dans le vide et dans une fibre optique de longueur $1000\,\mathrm{km}$ et d'indice $n = 1{,}62$?

Exercice 6 – Dioptre plan

Un rayon lumineux de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 589\,\text{nm}$ passe de l'atmosphère à une cuve d'eau. La vitesse de propagation de la lumière dans l'eau est de $2{,}25 \times 10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1/ Quel est l'indice optique n associé à ce rayon lumineux dans l'eau ?

2/ Quelle est la fréquence de ce rayon lumineux ? Dépend-elle du milieu ?

3/ Quelle est la longueur d'onde de ce rayon dans l'eau ?

4/ Quelle couleur voit un observateur si ce rayon lumineux lui parvient dans l'air ? Même question s'il lui parvient dans l'eau ?

Exercice 7 – Dioptre plan

On considère un rayon lumineux traversant le plan séparant deux milieux homogènes 1 et 2 d'indices de réfraction respectifs $n_1 = 1{,}5$ et $n_2 = 1$.

1/ Donner un exemple de milieux ayant ces indices.

2/ On suppose que le rayon incident arrive sur le plan depuis le milieu 1 sous un angle d'incidence $\alpha_1 = \pi/6$. Calculer l'angle α_2 sous lequel il est réfracté dans le milieu 2. Tracer les rayons incidents et réfractés.

3/ Reprendre la question précédente pour un angle d'incidence $\beta_1 = \pi/3$.

4/ Reprendre les questions précédentes si l'on suppose maintenant que le rayon incident arrive sur le plan depuis le milieu 2.

Pour aller plus loin

Exercice 8 – Stigmatisme *

On considère le dioptre plan d'un milieu plus réfringent (verre d'indice $n = 1{,}5$) à un milieu moins réfringent (air d'indice $n = 1$).

On considère trois rayons issus d'un point objet A réel : le rayon AH normal au dioptre, le rayon AI tombant sous une incidence de 10^o sur le dioptre et le rayon AJ tombant sous une incidence de 40^o sur le dioptre.

Les droites support des trois rayons émergents se coupent-elles en un même point ?

Expliquer votre réponse de manière analytique et avec un schéma.

Exercice 9 – Truite *

Une truite nage dans la rivière à la profondeur h.

1/ Comment la surface de l'eau lui apparaît-elle : lumineuse, sombre, les deux ?

2/ À quelle condition peut-elle apercevoir un pêcheur qui se tient sur la rive de cette rivière ? On prendra l'indice n de l'eau égal à 1,33.

Exercice 10 – *

Un pêcheur situé sur le bord d'une rivière regarde un poisson nageant entre deux eaux parallèlement à la surface de l'eau. La surface de l'eau sera assimilée à un dioptre plan.

Le pêcheur voit-il le poisson plus haut, dans sa position réelle ou plus bas ? Justifier votre réponse à l'aide d'un schéma.

4 | Optique géométrique

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.

Dioptres plans

Exercice 1 – Lois de Descartes
Deux milieux transparents homogènes et isotropes (mthi) d'indices respectifs n_1 et n_2 sont séparés par un dioptre plan. On appelle A un point dans le milieu 1, B un point dans le milieu 2 et I un point sur le dioptre.

1/ Exprimer le chemin optique L de A à B passant par I.

2/ A et B étant donnés, montrer que L est extrémal lorsque I est tel que la loi de la réfraction est vérifiée.

3/ Sur quel principe d'optique s'appuie-t-on pour affirmer que L est extrémal ?

4/ Établir de la même façon la loi de la réflexion.

Exercice 2 – Espace objet et espace image
Construire quelques rayons lumineux traversant un système optique centré avec

1/ un objet à l'infini dans la direction α et un point image virtuel,

2/ un objet à l'infini dans la direction α et une image à l'infini dans la direction β,

3/ un point objet virtuel et une image à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Exercice 3 – Stigmatisme

1/ Montrer que le miroir plan est stigmatique pour tous les points de l'espace.

2/ Le point image d'un point objet réel est-il réel ou virtuel ?

3/ L'image d'un objet (étendu) lui est-elle superposable ?

Exercice 4 –
Une personne de hauteur h, dont les yeux se trouvent à une distance d au dessous du sommet du crâne, désire se voir entièrement dans un miroir plan.

1/ Faire un schéma avec les rayons nécessaires.

2/ Quelle est la taille minimale du miroir dans le sens de la hauteur ?

3/ Comment la personne doit-elle poser son miroir ? A quelle distance doit-elle le placer ?

Lentilles

Exercice 5 – Lentilles minces
On considère des lentilles minces utilisées dans les conditions de Gauss pour construire des images.

1/ Pour une lentille convergente lorsque l'objet est (i) réel, (ii) virtuel, les images obtenues sont-elles réelles ou virtuelles ?

2/ En déduire les conditions dans lesquelles une lentille convergente donne une image (i) plus grande que l'objet, (ii) virtuelle, (iii) non renversée, (iv) de grandissement +1 ou -1.

3/ Reprendre les mêmes questions pour une lentille divergente.

Exercice 6 – Deux lentilles convergentes

Soit un système formé de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 respectivement de foyers objets F_1 et F_2, de foyers images F_1' et F_2', de focales $f_1' = 5\,\mathrm{cm}$ et $f_2' = 10\,\mathrm{cm}$, et de centres O_1 et O_2. Elles sont disposées de façon à former un *système afocal* (les rayons venant de l'infini repartent à l'infini).

1/ Faire un schéma du dispositif.

2/ On veut former une image réelle $A'B'$ d'un objet réel de hauteur 1 cm. On place l'objet AB tel que $\overline{O_1A} = -6\text{cm}$ et AB orthogonal à l'axe optique. Construire l'image A'B' (justifier l'utilisation des conditions de Gauss). Cette image est-elle réelle ?

3/ Tracez un faisceau de rayons issu de B à travers ce système optique.

4/ Calculer le grandissement transversal de ce système optique (pourquoi peut-on définir un grandissement pour ce système optique ?).

Pour aller plus loin

Exercice 7 –

Un catadioptre est constitué de trois miroirs plans perpendiculaires deux à deux (plans (Oxy) , (Oyz) et (Ozx) , par exemple).
Déterminer les directions des rayons réfléchis successifs et caractériser la direction du rayon émergent du catadioptre (rayon qui a donc subi au plus trois réflexions).

1/ Si le rayon incident arrive sur le miroir (Oxy) parallèllement à la direction (Oz).

2/ Si le rayon incident arrive sur le miroir (Oxy) parallèllement au plan (Ozx).

3/ * Si le rayon incident arrive sur le miroir (Oxy) sous une incidence quelconque.

4/ Quel vous semble pouvoir être l'intérêt d'un tel dispositif ?

Exercice 8 – Lentille épaisse *

On considère une lentille d'épaisseur e, elle est constituée d'un mthi d'indice n ayant la forme d'une boule de rayon R tronquée pour avoir une face plane. On l'utilise dans l'air.

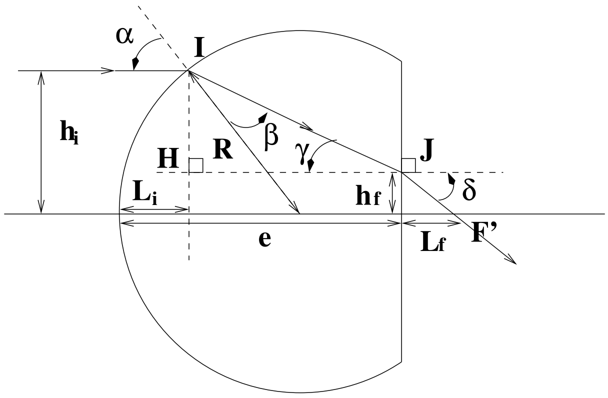
1/ **Partie A** Un rayon lumineux arrive de l'infini parallèlement à l'axe optique, il a un angle d'incidence α au point I sur le dioptre sphérique, il traverse la lentille comme indiqué sur la figure :

a) Donner les trois relations permettant de déterminer les angles β, γ et δ à partir des données.

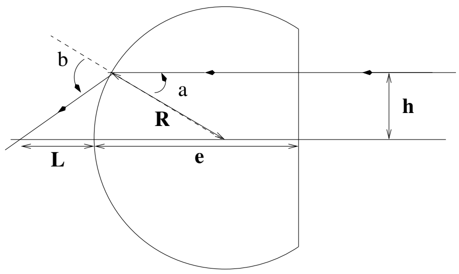
b) Obtenir (dans cet ordre) à partir des données les distances suivantes : h_i, L_i, HJ, HI, h_f et L_f.

c) Simplifier les résultats obtenus aux questions précédentes si l'on suppose $\alpha << 1$. Que peut-on dire du point F' dans ces conditions ?

d) Simplifier les résultats obtenus aux questions 1/ et 2/ si l'on suppose maintenant $\alpha = \pi/3$ et $n = \sqrt{3}$. Conclure sur le stigmatisme.



2/ **Partie B** Un autre rayon lumineux arrive de l'infini parallèlement à l'axe optique, en sens inverse. Il est à une hauteur h au dessus de l'axe optique, il traverse la lentille comme indiqué sur la figure :



a) À quelle condition sur les données y a-t-il en effet un rayon qui sort à gauche de la lentille ?

b) On suppose $h << R$, calculer L. Comparer avec L_f (question Ac) quand e devient petit devant R.

Exercice 9 – Miroir sphérique concave *

Un œil se regarde dans un miroir sphérique concave (le milieu de œil se situe sur l'axe optique du miroir). Placé à 24 cm du miroir, il se voit à l'endroit, agrandi d'un facteur 3.

1/ Faire un schéma en représentant l'œil par deux points A et B convenablement choisis.

2/ L'image $A'B'$ de l'œil par le miroir est-elle réelle ou virtuelle ?

3/ Déterminer les positions des foyers objet F et image F' du miroir.

4/ Calculer le rayon de la calotte sphérique réfléchissante (le miroir).

5/ Comment varie le grandissement transversal lorsque l'œil s'approche du miroir ?

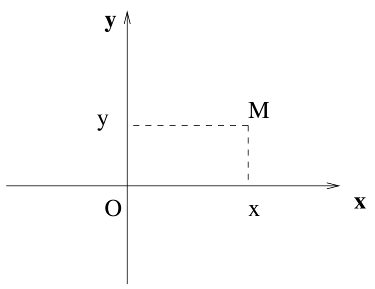
6/ Que voit-on si l'œil est à 36 cm du miroir ? (stigmatisme, agrandissement et orientation de l'image)

Rappel : repérage et cinématique

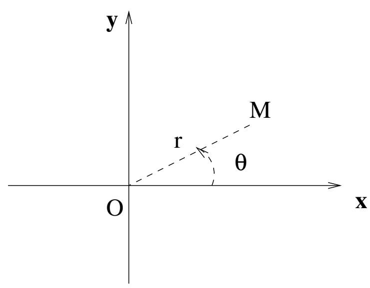
La mécanique est l'étude du mouvement des corps, elle comporte une partie descriptive (la cinématique) et une partie d'analyse des causes et des lois (la dynamique).
Avant d'aborder les questions du mouvement, nous devons préciser la nature de l'espace physique dans lequel il a lieu.

Nature et repérage de l'espace

Dans une assez bonne approximation, pour les phénomènes ayant lieu à notre échelle, l'espace physique peut être identifié à un espace plat de dimension trois.
Un point M de l'espace peut donc être repéré par trois nombres réels $(x_1,\, x_2,\, x_3)$, appelés les coordonnées du point M.
Le nombre des systèmes de coordonnées possibles est infini et le choix d'utiliser l'un plutôt que l'autre n'a pour objet que la simplification technique du problème.
Si le mouvement étudié est plan, deux coordonnées sont alors suffisantes pour repérer un point, et les systèmes usuels de coordonnées sont alors les systèmes cartésien et polaire :



système cartésien: (x, y)



système polaire: (r, θ)

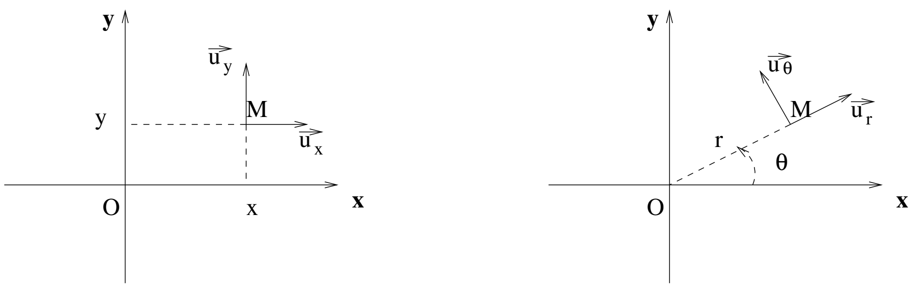
Remarque On peut bien entendu relier les coordonnées cartésiennes et polaires d'un point M par :

$$x = r\,\cos\theta \text{ et } y = r\,\sin\theta$$

Un point M peut aussi être repéré, à partir de l'origine O, par son vecteur position, encore appelé rayon vecteur : $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$.
Ce vecteur peut lui-même être défini par trois *autres* nombres réels : ses composantes $(X_1,\, X_2,\, X_3)$ dans une base $(\overrightarrow{e_1},\, \overrightarrow{e_2},\, \overrightarrow{e_3})$:

$$\overrightarrow{r} = X_1\,\overrightarrow{e_1} + X_2\,\overrightarrow{e_2} + X_3\,\overrightarrow{e_3}.$$

À un système de coordonnées, $\{(x_1,\, x_2,\, x_3)\}$, on peut associer *en chaque point de l'espace*, de coordonnées $(x_1,\, x_2,\, x_3)$, une base normée $(\overrightarrow{u_1},\, \overrightarrow{u_2},\, \overrightarrow{u_3})$, dite base canonique associée, de la façon suivante :
La direction et le sens de $\overrightarrow{u_1}$ sont obtenus en fixant les valeurs de x_2 et x_3 et en faisant croître x_1.
En rajoutant que $\overrightarrow{u_1}$ est unitaire ($||\overrightarrow{u_1}|| = 1$) on le détermine tout à fait. On procède de même pour construire $\overrightarrow{u_2}$ et $\overrightarrow{u_3}$.
Pour les systèmes de coordonnées du plan que nous avons présentés, nous trouvons :



système cartésien

système polaire

Pour ces deux systèmes usuels la base associée est orthonormée, ce qui simplifie les calculs.
On note qu'en général la base associée n'est pas uniforme : les vecteurs sont différents pour différents choix du point M. Seuls les systèmes cartésiens ont une base uniforme.
La table suivante donne pour trois systèmes de coordonnées usuels les coordonnées d'un point M et les composantes du rayon vecteur sur la base associée :

système de coordonnées	coordonnées de M	rayon vecteur $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$
cartésien de dimension 3	(x, y, z)	$\vec{r}(x,y,z) = x\,\vec{u_x} + y\,\vec{u_y} + z\,\vec{u_z}$
cartésien de dimension 2	(x, y)	$\vec{r}(x,y) = x\,\vec{u_x} + y\,\vec{u_y}$
polaire	(r, θ)	$\vec{r}(r,\theta) = r\,\vec{u_r}$

Cinématique

Toute description du mouvement nécessite au préalable d'avoir *décidé* de ce qui ne bouge pas ! Le mouvement est en effet une grandeur relative par essence. Il faut donc choisir un corps solide de référence, le référentiel , pour repérer tous les mouvements.
A ce corps solide de référence, on associe alors à chaque instant un espace du type décrit précédemment et l'on peut ainsi décrire la position de tous les points matériels.

La trajectoire d'un point matériel M est la courbe de l'espace physique décrite par M au cours du temps.
L'équation horaire du point matériel M est la donnée de sa position en fonction du temps $M(t)$.
La grandeur rendant compte du mouvement est la vitesse , c'est à dire la mesure de la variation de la position au cours du temps.
On définit ainsi :

-la vitesse moyenne du point matériel M entre les instants t_1 et t_2 : $\dfrac{\overrightarrow{M(t_1)M(t_2)}}{t_2 - t_1} = \dfrac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1}$.

-et la vitesse instantanée au temps t : $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$.

Pour décrire le mouvement, on définit aussi l'accélération : mesure de variation de vitesse au cours du temps.
L'accélération moyenne entre les instants t_1 et t_2 est donc : $\dfrac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}$.

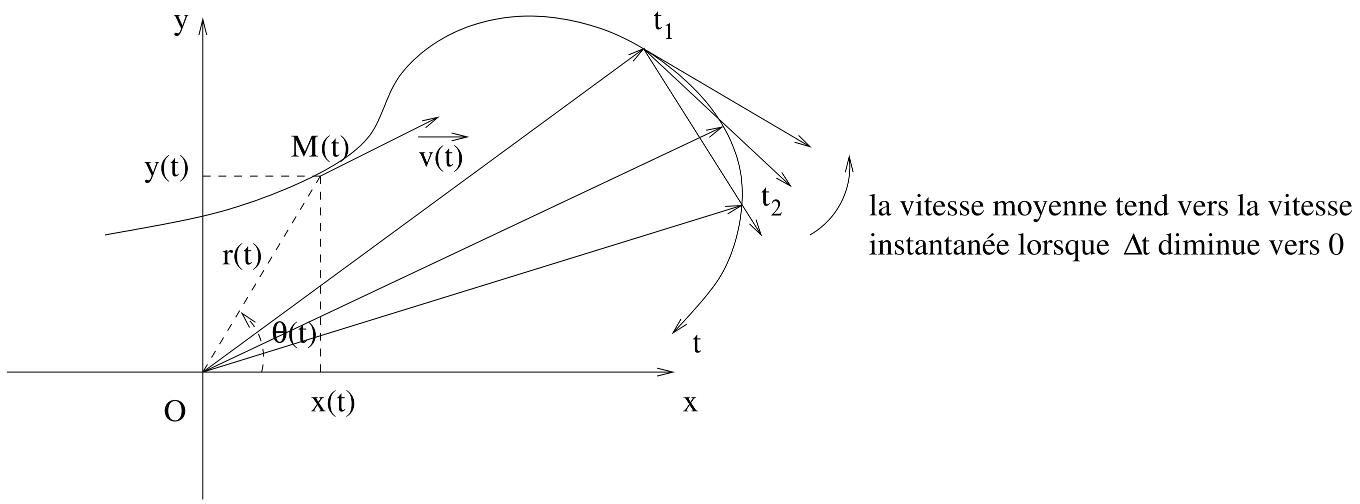


Figure 4.1. exemple de trajectoire plane d'un point matériel M

L'<u>accélération instantanée</u> au temps t étant : $\overrightarrow{\gamma}(t) = \dot{\overrightarrow{v}}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\overrightarrow{v}(t+\Delta t) - \overrightarrow{v}(t)}{\Delta t}$.

Si l'on a choisi de décrire la position du point matériel M à chaque instant par les composantes de son rayon vecteur sur une base, en général *les composantes et la base sont fonctions du temps* :

$\overrightarrow{r}(t) = X_1(t)\,\overrightarrow{e_1}(t) + X_2(t)\,\overrightarrow{e_2}(t) + X_3(t)\,\overrightarrow{e_3}(t)$.

Ainsi la vitesse de M est :

$\overrightarrow{v}(t) = \dot{X}_1(t)\,\overrightarrow{e_1}(t) + \dot{X}_2(t)\,\overrightarrow{e_2}(t) + \dot{X}_3(t)\,\overrightarrow{e_3}(t) + X_1(t)\,\dot{\overrightarrow{e_1}}(t) + X_2(t)\,\dot{\overrightarrow{e_2}}(t) + X_3(t)\,\dot{\overrightarrow{e_3}}(t)$.

Pour obtenir les composantes de $\overrightarrow{v}$ sur la base, il faut donc connaître celles des vecteurs $\dot{\overrightarrow{e_1}}(t)$, $\dot{\overrightarrow{e_2}}(t)$ et $\dot{\overrightarrow{e_3}}(t)$.

vitesse en cartésien

Ici $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{u_y}$.
Sachant que la base cartésienne est uniforme : $\dot{\overrightarrow{u_x}} = \dot{\overrightarrow{u_y}} = \overrightarrow{0}$.
On obtient donc les composantes de $\overrightarrow{v}$ sur la base cartésienne, en partant de $\overrightarrow{r} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y}$:

$\overrightarrow{v}(t) = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y}$

vitesse en polaire

Ici $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{u_r}$, $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{u_\theta}$.
Sachant que $\overrightarrow{u_r} = \cos\theta\overrightarrow{u_x} + \sin\theta\overrightarrow{u_y}$ et $\overrightarrow{u_\theta} = -\sin\theta\overrightarrow{u_x} + \cos\theta\overrightarrow{u_y}$,
on trouve $\dfrac{d\overrightarrow{u_r}}{d\theta} = \overrightarrow{u_\theta}$ et $\dfrac{d\overrightarrow{u_\theta}}{d\theta} = -\overrightarrow{u_r}$.
Donc en composant par la fonction $\theta(t)$: $\dot{\overrightarrow{u_r}} = \dfrac{d\overrightarrow{u_r}(\theta(t))}{dt} = \dfrac{d\theta}{dt}\dfrac{d\overrightarrow{u_r}}{d\theta}(\theta(t)) = \dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$
et de même $\dot{\overrightarrow{u_\theta}} = \dfrac{d\overrightarrow{u_\theta}(\theta(t))}{dt} = \dfrac{d\theta}{dt}\dfrac{d\overrightarrow{u_\theta}}{d\theta}(\theta(t)) = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_r}$.
On obtient donc les composantes de $\overrightarrow{v}$ sur la base polaire, en partant de $\overrightarrow{r} = r\,\overrightarrow{u_r}$:

$\overrightarrow{v}(t) = \dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r\,\dot{\overrightarrow{u_r}} = \dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$

accélération en cartésien

On a vu que $\overrightarrow{v}(t) = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y}$.
En dérivant encore une fois par rapport au temps on obtient donc les composantes de $\overrightarrow{a}$ sur la base cartésienne :

$\overrightarrow{a}(t) = \ddot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}\,\overrightarrow{u_y}$

accélération en polaire
On a vu que $\overrightarrow{v}(t) = \dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$.
En dérivant encore une fois par rapport au temps on obtient donc les composantes de $\overrightarrow{a}$ sur la base polaire :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a}(t) &= \ddot{r}\,\overrightarrow{u_r} + \dot{r}\,\dot{\overrightarrow{u_r}} + \dot{r}\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} + r\,\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} + r\,\dot{\theta}\,\dot{\overrightarrow{u_\theta}} \\
&= \ddot{r}\,\overrightarrow{u_r} + \dot{r}\,\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} + \dot{r}\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} + r\,\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} - r\,(\dot{\theta})^2\,\overrightarrow{u_r} \\
&= (\ddot{r} - r\,(\dot{\theta})^2)\,\overrightarrow{u_r} + (2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta})\,\overrightarrow{u_\theta}
\end{aligned}$$

Considérons le **cas particulier du mouvement circulaire** sur un cercle de rayon R ; on trouve :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{r} &= R\,\overrightarrow{u_r} \\
\overrightarrow{v} &= R\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} \\
\overrightarrow{a}(t) &= -R\,(\dot{\theta})^2\overrightarrow{u_r} + R\,\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}
\end{aligned}$$

On trouve en particulier que la valeur algébrique de la vitesse dans un mouvement circulaire est $v = R\,\dot{\theta}$ et on peut donc aussi écrire $\overrightarrow{a}(t) = -\dfrac{v^2}{R}\overrightarrow{u_r} + R\,\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$.

5 | Repérage et Vecteurs

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.

Repérage

Exercice 1 – Repérage dans un plan
A et B sont deux points du plan.

1/ On donne les coordonnées cartésiennes des points $A = (1, 3)$ et $B = (3, 2)$. Trouver leurs coordonnées polaires. Donner l'équation de la droite passant par ces points en coordonnées cartésiennes. Écrire cette équation en coordonnées polaires.

2/ On donne les coordonnées polaires des points $r_A = 4$, $\theta_A = 120^o$ et $r_B = 10$, $\theta_B = 330^o$, trouver leurs coordonnées cartésiennes. Trouver une courbe d'équation $r = a\,\theta + b$ en coordonnées polaires passant par ces points (a et b sont deux nombres à déterminer). Tracer cette courbe.

Exercice 2 – Représentation de vecteurs dans un plan
Représenter sur un graphique les vecteurs : $\overrightarrow{a} = 3\overrightarrow{u_x} - 4\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{u_x} - 5\overrightarrow{u_y}$, $-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ et $\dfrac{\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}}{||\overrightarrow{a}||}$

Addition de vecteurs

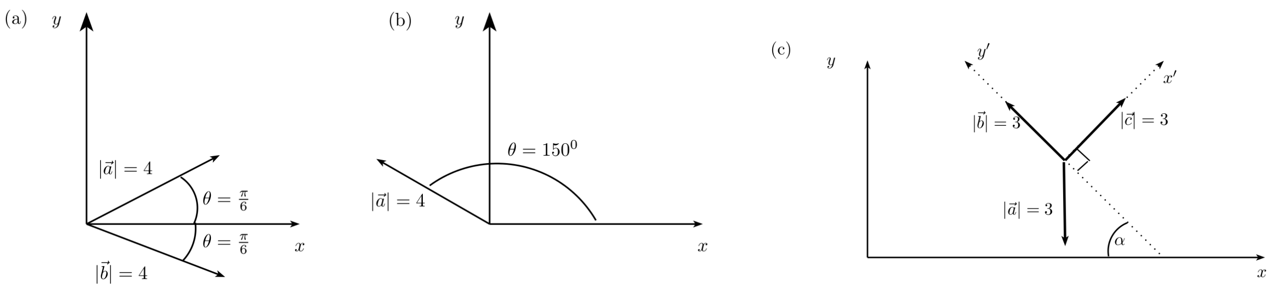
Exercice 3 – En force
O_1 et O_2 sont deux points de l'espace. Un point matériel M du plan subit deux forces : $\overrightarrow{F_1} = -k\,\overrightarrow{r_1}$ due à O_1 et $\overrightarrow{F_2} = k\,\overrightarrow{r_2}$ due à O_2 (k est une constante et les vecteurs positions $\overrightarrow{r_i} = \overrightarrow{O_iM}$ repèrent M par rapport à chacun des deux points O_1 et O_2).

1/ Calculer la force totale $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ subie par M.

2/ Faire un schéma pour plusieurs positions du point M.

Produit scalaire

Exercice 4 – Composantes cartésiennes de vecteurs



Trou-

ver les composantes cartésiennes des vecteurs suivants et les indiquer sur le diagramme (la norme des vecteurs est indiquée en unités arbitraires).
Pour le cas (c) projeter les vecteurs sur les axes (x', y') indiqués sur la figure :

Exercice 5 – Produit scalaire

1/ On donne une base quelconque du plan usuel : $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. On appelle (x_1, x_2) les composantes d'un vecteur $\overrightarrow{x}$ dans cette base.
Calculez $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{e_1}$ et la norme de $\overrightarrow{x}$.

2/ Si $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = 0$ ceci implique-t-il que $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ sont perpendiculaires ? Et la réciproque ?

3/ Si $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = \overrightarrow{a}.\overrightarrow{c}$ ceci implique-t-il que $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{c}$? Et la réciproque ?

4/ En utilisant la définition du produit scalaire de deux vecteurs, calculer les produits scalaires des vecteurs de base des repères cartésien et polaire.

5/ En utilisant la propriété de distributivité du produit scalaire sur l'addition, montrer que :
si $\overrightarrow{a} = a_x\overrightarrow{u_x} + a_y\overrightarrow{u_y} + a_z\overrightarrow{u_z}$ et $\overrightarrow{b} = b_x\overrightarrow{u_x} + b_y\overrightarrow{u_y} + b_z\overrightarrow{u_z}$, alors : $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$.
En déduire l'expression de $a = ||\overrightarrow{a}||$ (on rappelle que $||\overrightarrow{a}||^2 = \overrightarrow{a}.\overrightarrow{a}$).

6/ Trouver l'angle formé par les vecteurs : $\overrightarrow{a} = 3\overrightarrow{u_x} + 2\overrightarrow{u_y} - \overrightarrow{u_z}$ et $\overrightarrow{b} = -\overrightarrow{u_x} + 2\overrightarrow{u_z}$.

Exercice 6 – Composantes polaires de vecteurs *

On donne les coordonnées cartésiennes des points $A = (1, 3)$ et $B = (3, 2)$ ainsi que les composantes cartésiennes des vecteurs $\overrightarrow{V_A} = -3\,\overrightarrow{u_x} + \overrightarrow{u_y}$ et $\overrightarrow{V_B} = 5\,\overrightarrow{u_x} - \overrightarrow{u_y}$.

1/ Trouvez les composantes polaires du vecteur $\overrightarrow{V_A}$ sur la base polaire au point A.

2/ Trouvez les composantes polaires du vecteur $\overrightarrow{V_B}$ sur la base polaire au point B.

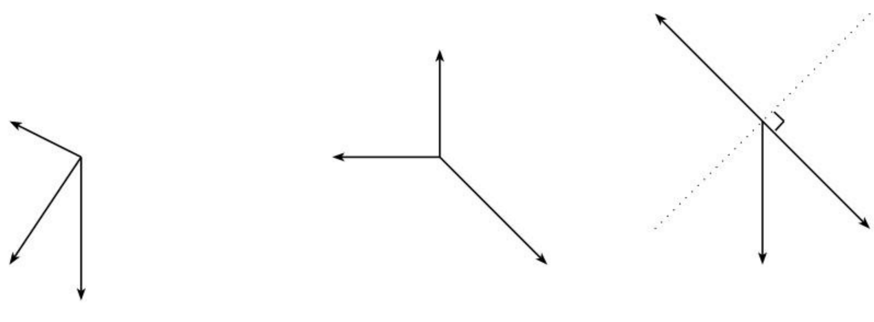
Pour aller plus loin

Exercice 7 – Petites Questions

1/ Si $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{V}_1 + \overrightarrow{V}_2$, $V = ||\overrightarrow{V}||$ est-il nécessairement plus grand que $V_1 = ||\overrightarrow{V}_1||$ et/ou $V_2 = ||\overrightarrow{V}_2||$?

2/ La somme de deux vecteurs de normes différentes peut-elle être nulle (ie égale au vecteur nul) ? Est-ce possible avec la somme de trois vecteurs de normes différentes ?

3/ Indiquer si la somme des vecteurs sur les figures suivantes peut avoir une résultante nulle.



(a) (b) (c)

Exercice 8 – Vol de la mouche *

Une mouche vole d'un coin d'une chambre de dimensions 5m × 4m × 3m jusqu'au coin opposé sur la diagonale du parallélépipède.

1/ Quelle est la norme de son vecteur déplacement total ? Choisir un système de coordonnées et donner les composantes de ce vecteur. Le représenter graphiquement.

2/ La longueur de la trajectoire du vol de la mouche peut-elle être inférieure (supérieure ou égale) à la norme du vecteur déplacement total ?

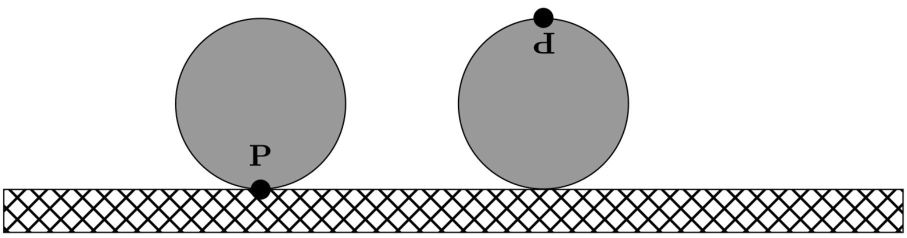
3/ Si la mouche marchait sur le sol et les murs au lieu de voler, quelle serait la trajectoire la plus courte pour le même déplacement total ?
Astuce : Le plus court chemin sur un plan vous connaissez...alors pensez à déplier le parallélépipède. Attention, il y a plus d'une façon de le faire.

Exercice 9 – Et pour terminer *

Une roue d'un rayon de $R = 45\,\text{cm}$ roule sans glissement d'un demi-tour. On repère le point de contact avec le sol à $t = 0$ avec la lettre **P**.

1/ Trouver la norme du vecteur déplacement du point **P** lors de ce déplacement.

2/ Trouver l'angle par rapport au sol du vecteur déplacement du point **P** lors de ce déplacement.



6 | Cinématique

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.

Définition des vitesses et accélération

Exercice 1 – On commence en vitesse (moyenne)

1/ Le record de vitesse au service d'une balle de tennis est de $263\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$. Elle parcours environ $25\,\mathrm{m}$ avant de toucher le sol. Quel est le temps de vol de la balle ?

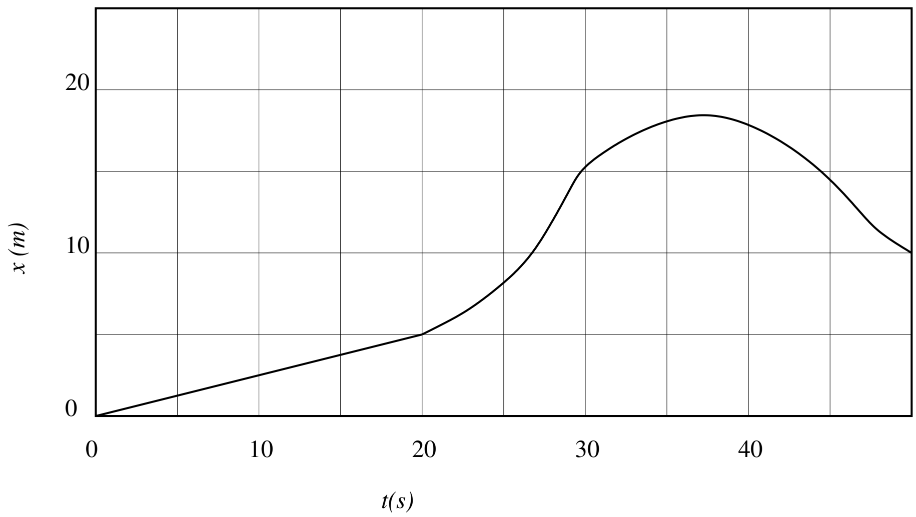
2/ Un pilote de chasse s'exerce au vol en dessous des radars. Il vole horizontalement à une altitude de $35\,\mathrm{m}$ à une vitesse de $1300\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$. Subitement il rencontre un terrain qui a une pente de $4,3^o$. Cette pente est suffisamment douce pour être difficile à détecter. De combien de temps dispose le pilote pour ne pas s'écraser ?

Exercice 2 – Accélération d'un électron

Un électron avec une vitesse initiale de $v_0 = 1{,}50 \times 10^5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ rentre dans une région longue de $1\,\mathrm{cm}$ où il est accéléré électriquement. Il sort avec une vitesse de $5{,}70 \times 10^5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.
Supposant que l'accélération est constante, quelle est sa valeur ?

Exercice 3 – Le lapin

Le graphique de la figure ci-dessous représente la position en fonction du temps d'un lapin courant en ligne droite dans un tunnel.



1/ Quelle est sa vitesse moyenne entre $t = 0$ et $t = 20\,\mathrm{s}$ et entre $t = 40\,\mathrm{s}$ et $t = 50\,\mathrm{s}$?

2/ Estimez sa vitesse instantanée à $t = 10\,\mathrm{s}$ et à $t = 30\,\mathrm{s}$.

3/ La vitesse du lapin est-elle constante à certaines périodes de temps ? Si oui, indiquez lesquelles.

4/ À quel moment le lapin atteint-il une vitesse maximale ?

5/ Le lapin s'arrête-t-il à un moment quelconque ? Si oui lequel ?

6/ Pendant la période illustrée sur la figure, le lapin court-il toujours dans le même sens ?

7/ Tracer les graphes de $a(t)$ et $v(t)$, accélération et vitesse du lapin en fonction du temps.

Trajectoire

Exercice 4 – Le lièvre et la tortue

Après avoir fait la sieste sous un arbre à 20 m de la ligne d'arrivée, le lièvre se réveille et aperçoit la tortue qui le précède d'une distance égale à 19,5 m.
Elle file vers le succès dans une dernière ligne droite avec une vitesse de valeur V_o égale à $0{,}25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.
Le lièvre se met alors à courir en ligne droite avec une accélération de $9\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ jusqu'à atteindre une vitesse de $18\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ qu'il garde jusqu'à la fin de la course.
On choisira l'origine O pour repérer le mouvement au pied de l'arbre où le lièvre faisait la sieste. Le lièvre et la tortue sont modélisés par des points matériels.

1/ Combien de temps faut-il à la tortue pour atteindre la ligne d'arrivée ?

2/ À la vitesse de pointe de $18\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, quelle distance parcourt le lièvre pendant cette durée ? Peut-on faire un pronostic sur le résultat de la course à partir de ces valeurs ?

3/ Écrire les équations horaires des mouvements de la tortue ($x_T(t)$) et du lièvre ($x_L(t)$) lors de la première phase de son mouvement.

4/ À quelle distance de l'arbre le lièvre se trouve-t-il à la fin de la première phase de son mouvement ? Montrer alors qu'il a perdu la course.

5/ Combien de temps après la tortue le lièvre franchira-t-il la ligne d'arrivée ?

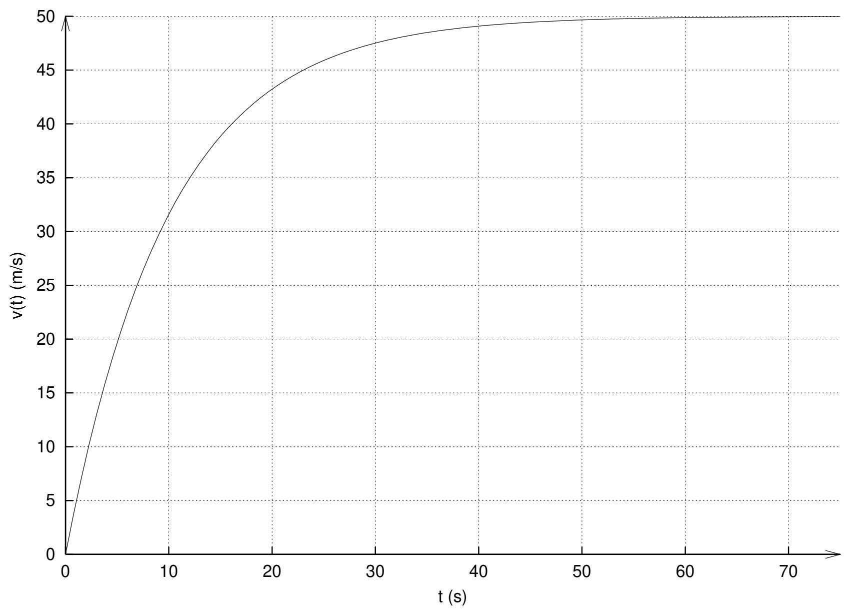
Exercice 5 – En voiture

Les performances d'une voiture au démarrage sont transcrites sur la figure. On fixe les origines de temps et d'espace pour que $x(t = 0s) = 0\,\mathrm{m}$.

1/ Au voisinage de $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ et $t_1 = 10\,\mathrm{s}$, déterminer (avec une précision acceptable) l'équation de la tangente à la courbe de vitesse $v(t)$ donnée sur la figure. En déduire la valeur de l'accélération à ces deux instants et une approximation par un polynôme ordre deux en Δt de la position $x(t_i + \Delta t)$.

2/ Donnez le comportement asymptotique de $v(t)$, $a(t)$ et $x(t)$ ($t \to \infty$).

3/ Tracez $a(t)$ et $x(t)$.



Exercice 6 – Dans le plan

Un objet assimilable à un point matériel M se déplace et peut y être repéré à tout instant t par ses coordonnées cartésiennes $(x(t), y(t))$ et/ou ses coordonnées polaires $(r(t), \theta(t))$. t est mesuré en secondes, les longueurs en mètres et les angles en radians.

On donne :

entre $t = 0{,}00\,\text{s}$ et $t = 2{,}00\,\text{s}$: M a une vitesse constante $\overrightarrow{v_M} = v_0\,(\overrightarrow{u_x} + 6\,\overrightarrow{u_y})$ avec $v_0 = 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

entre $t = 2{,}00\,\text{s}$ et $t = 5{,}00\,\text{s}$: y reste constant et $x(t) = 2\,t^2 - 2$.

entre $t = 5{,}00\,\text{s}$ et $t = t_f$ s : r reste constant et M a une vitesse angulaire constante $\omega_0 = -0{,}25\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

à t_f, M a atteint l'axe des y et s'y arrête.

1/ Tracer la trajectoire de M dans le plan.

2/ À quels instants la vitesse de M n'est-elle pas définie ?

3/ Calculer t_f.

4/ Calculer la vitesse instantanée de M à $t = 3{,}00\,\text{s}$, $t = 5{,}00\,\text{s}$ et $t = 6{,}00\,\text{s}$.

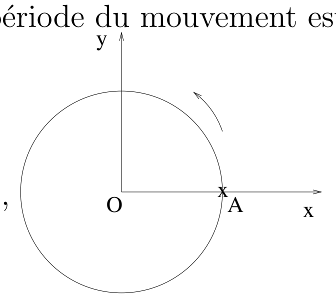
5/ Calculer sa vitesse moyenne entre $t = 3{,}00\,\text{s}$ et $t = 6{,}00\,\text{s}$.

6/ Tracer les graphes de $x(t)$ et $y(t)$.

Exercice 7 – Silence, on tourne

Dans le plan xy, un point matériel M effectue un mouvement circulaire uniforme de rayon $R = 2\,\text{m}$ autour de l'origine O, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. La période du mouvement est $T = 12\,\text{s}$. À $t = 0\,\text{s}$, le point est situé en A (voir figure).

Calculer *(en faisant l'approximation $\pi \simeq 3$ pour simplifier les A.N.)* :



1/ ω_0 la vitesse angulaire,

2/ les coordonnées cartésiennes de M aux instants $t_1 = 3\,\text{s}$ s et $t_2 = 6\,\text{s}$,

3/ le vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m$ entre t_1 et t_2,

4/ les vecteurs vitesse $\vec{v}_1$ à t_1 et $\vec{v}_2$ à t_2 ,

5/ le vecteur accélération moyenne $\vec{a}_m$ entre t_1 et t_2,

6/ les vecteurs accélération $\vec{a}_1$ à t_1 et $\vec{a}_2$ à t_2.

Pour aller plus loin

Exercice 8 – Le TGV *

Le TGV a une vitesse moyenne de $216\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ en service normal. Si le train prend un virage à cette vitesse, contante en norme, il est stipulé que les passagers ne doivent pas subir une accélération supérieure à $0,05g$:

1/ Puisque le TGV a une vitesse contante en norme de quelle accélération parle-t-on ? La représenter sur un schéma à plusieurs instants, représenter aussi la vitesse à ces mêmes instants.

2/ Obtenir l'expression sur la base polaire des vecteurs position, vitesse et accélération du TGV pendant le virage.

3/ Quel est le rayon le plus petit pour la courbe ? (prendre $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).

4/ À quelle vitesse le train doit-il prendre un virage de rayon $1\,\text{km}$?

Exercice 9 – Le piston *

On considère un système articulé en **A** et constitué de deux barres identiques **OA** et **AB** assujetties à rester dans le plan x, y. **O** est fixe et **B** glisse le long de l'axe x et l'angle entre **OA** et l'axe x, φ, varie tel que $\varphi = \omega t$. Chaque barre est de longueur $2b$.

1/ Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du milieu, **M**, de **AB**.
Décrire cette trajectoire.

2/ Déterminer la vitesse et l'accélération du point **M**.

3/ Déterminer les expressions des coordonnées du point **B** en fonction du temps.

4/ La vitesse maximale du point **B** est de $12\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et $b = 1\,\mathrm{cm}$. Déterminer la vitesse de rotation en tour/min du point **A** dans son mouvement de rotation autour de O.

Annexe : Dérivées des fonctions scalaires

Exercice 10 –

Calculer la dérivée des fonctions réelles de variable réelle suivantes :

1/ $y_1(x) = 2\,x + 3$

2/ $y_2(x) = \cos(2x)$

3/ $y_3(x) = 3\,\sin x - 2\,x$

4/ $y_4(x) = 2x^3 + \dfrac{1}{x}$

5/ $y_5(x) = (x^3 + 2)\,(x^2 + 1)$

6/ $y_6(x) = \dfrac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$

7/ $y_7(x) = 3e^{3\,x} + \ln|x|$

8/ $y_8(x) = \sin(2\,x + x^3)$

Exercice 11 –

Soit la courbe d'équation catésienne $y = 2\,x^2 + 5\,x{+}1$. La tracer schématiquement. Quel est son minimum et en quels points s'annule-t-elle ?

Exercice 12 –

Écrire la forme développée des polynômes $(x + \epsilon)^n$ pour $n = 1, 2$ et 3.
Expliquer le lien avec la dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$. En déduire l'équation de la tangente à la courbe d'équation $y = x^n$ au point de coordonnées cartésiennes $(1, 1)$.

Lois de Newton

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.

Trajectoires paraboliques

Exercice 1 – Tir parabolique

Un projectile est lancé du sol avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle θ_0 avec l'horizontale.

1/ Exprimer la hauteur maximale atteinte par le projectile (en fonction de g, v_0 et θ_0).

2/ À quelle distance d du point de départ atterrit le projectile ?

3/ Montrer qu'il existe un autre angle possible pour atteindre la même distance d. Précisez cet angle.

4/ Pour quelle valeur de l'angle θ_0 la distance d est-elle maximale ?

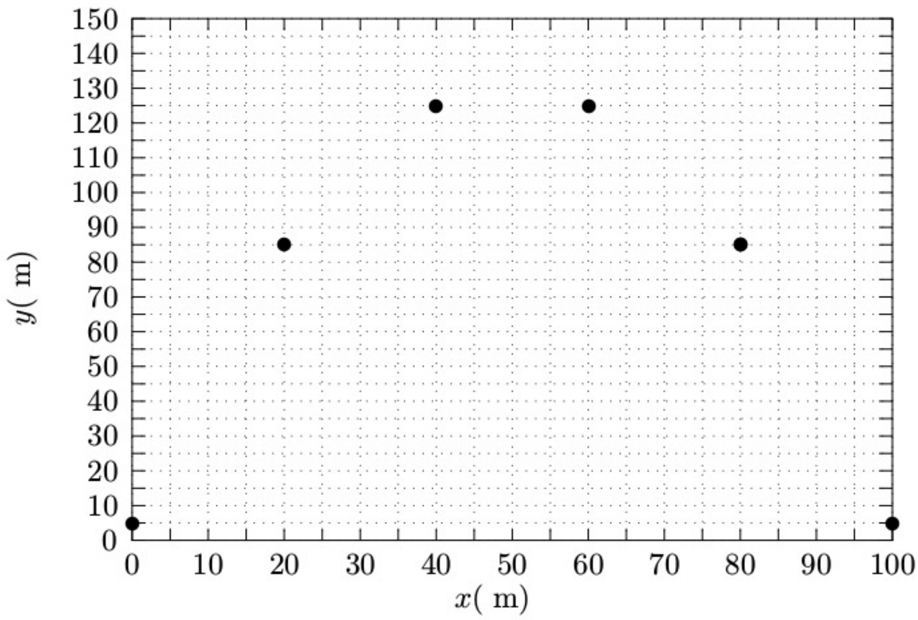
Exercice 2 – Une balle en l'air

Une balle est lancée à partir du deuxième étage d'une maison vers une personne se trouvant aussi au deuxième étage d'un immeuble distant de 100 m. Une photographie stroboscopique de ce lancer est prise et présentée dans le graphique ci-dessous. Les éclairs ont lieu toutes les 2 s, et la balle a été lancée à $t = 0$ s. On prendra $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

1/ Quelle est la vitesse initiale de la balle (trouver plusieurs façons de la déterminer et préciser celle qui vous semble la plus fiable) ?

2/ Quelle est la vitesse de la balle au point le plus haut de sa trajectoire ?

3/ Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle ?



Trajectoire de la balle

Exercice 3 – Un colis venu des airs

Un avion humanitaire vole à une vitesse de $290\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ et plonge sur sa cible à un angle de $\pi/6$ en dessous de l'horizontale. Le pilote lâche un colis à $700\,\mathrm{m}$ de sa cible (distance au sol).

1/ Quel est le temps de vol du colis ?

2/ Quelle était l'altitude de l'avion lorsque le colis a été lâché ?

Exercice 4 –

Un gamin veut lancer une pierre sur un chat perché dans un arbre. Dès qu'il tire, le chat se laisse tomber. Comment le gamin doit-il viser ? (direction de la vitesse initiale et condition sur sa norme)

Bilan de forces

Exercice 5 –

Mettre en évidence les forces agissant sur chacun des trois systèmes : bloc m seul, table seule, bloc et table ensemble (cf.figure 6.1). Pour chacune de ces forces indiquer sa réaction associée (au sens : paire de forces action-réaction d'une interaction).
On supposera qu'il n'y a pas de frottements entre la table et le bloc m.

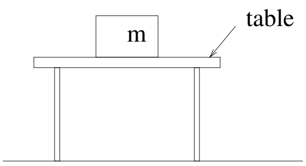


Figure 6.1. Bloc sur une table

Exercice 6 –

Deux blocs en contact peuvent glisser sans frottement sur une surface horizontale. Une force constante $\overrightarrow{F}$ s'exerce sur le bloc A entraînant un mouvement d'ensemble des deux blocs (cf. figure 6.2).

1/ La force exercée par B sur A est-elle égale en module à la force exercée par A sur B ?

2/ La force exercée par le bloc A sur le bloc B est-elle égale à $\overrightarrow{F}$?

3/ Reprendre ces questions lorsque les blocs s'immobilisent contre le mur.

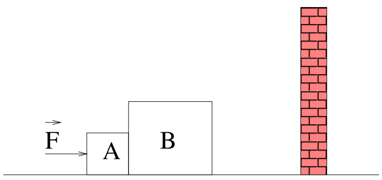


Figure 6.2. Blocs en mouvement

Exercice 7 – Masse suspendue

Une masse m de $10\,\mathrm{kg}$ est suspendue à deux cordes identiques, accrochées au plafond, comme le montre la figure (cf. figure 6.3)..
Calculer la tension dans les cordes.
On donne $\alpha = \pi/6$ et $\beta = \pi/3$.

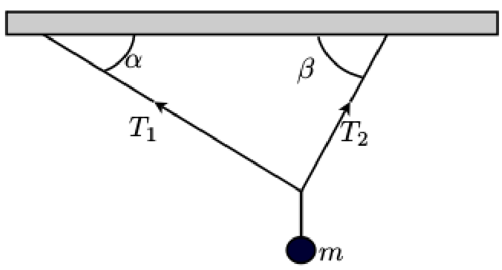


Figure 6.3. Masse suspendue

Lois de Newton

Exercice 8 –
Un vieux fermier attache son âne à son chariot et essaye de le faire avancer. Mais l'âne, qui vient de lire les « Principia Mathematica » de Newton, lui dit : « Il est inutile que j'essaye de faire bouger le chariot. Étant donné que l'action et la réaction sont de même module mais de sens opposés, le chariot tirera sur moi autant que je tirerai sur lui et aucun de nous n'avancera ».
Étant donné votre maîtrise des principes de Newton et sachant que vous n'êtes pas un âne, pourriez-vous convaincre l'âne « érudit » de bouger ?

Exercice 9 –

1/ On pèse une cage contenant un oiseau. L'indication de la balance est-elle modifiée suivant que l'oiseau est au repos sur son perchoir ou volète dans la cage ?
2/ On pèse un aquarium contenant un poisson. L'indication de la balance est-elle modifiée suivant que le poisson est posé au fond de l'aquarium ou en train de nager horizontalement ?

Exercice 10 – Bloc de glace
On tire un bloc de glace le long d'un sol plan avec deux forces, $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$, comme indiqué sur la figure 6.4. On peut négliger les forces de frottement entre le bloc de glace et le sol. Les deux forces sont choisies pour que la vitesse de glissement reste constante.
Si l'angle θ est diminué, pour garder la vitesse constante faut-il augmenter, diminuer ou garder constante la norme de la force $\vec{F}_2$?

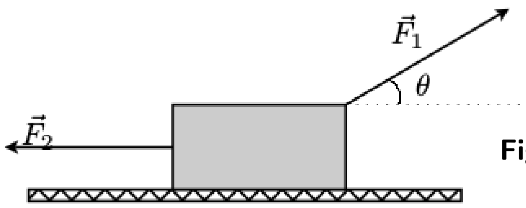


Figure 6.4. Bloc de glace

Exercice 11 – Bloc contre bloc
On supposera les frottements négligeables, le fil inextensible, et la poulie et le fil de masses négligeables.
Calculer la valeur de sa masse pour que le m_1 se déplace :

1/ à vitesse constante.
2/ avec une accélération vers la gauche de $g/2$ pour $\alpha = \pi/4$.

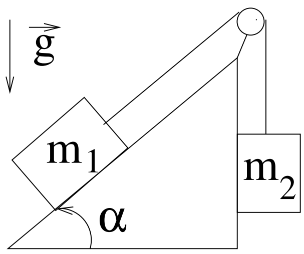
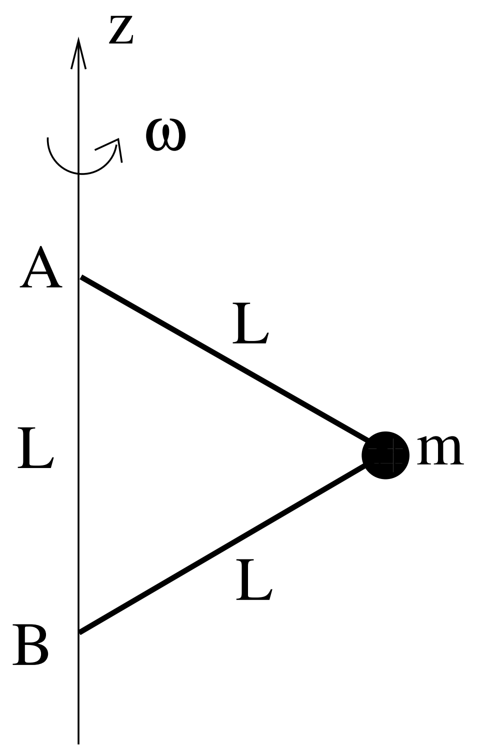


Figure 6.5. Deux blocs

Exercice 12 – Un pendule conique *
Une bille de masse m est attachée à deux fils inextensibles et sans masse de longueur L, fixés en A et B tels que $AB = L$.
La bille décrit un mouvement circulaire uniforme dans un plan horizontal avec une vitesse angulaire ω (les fils sont tendus).

1/ Exprimer la tension de chaque fil en fonction de m, L et ω.

2/ Quelle est la vitesse angulaire minimale pour que les fils restent tendus (donner d'abord la forme possible de ω_{min} par une analyse dimensionnelle, puis faire le calcul) ?



Pendule conique

Lois de Newton suite

Les exercices ou questions marqués d'une étoile (*) sont d'un niveau supérieur à celui exigible aux examens.

Divers

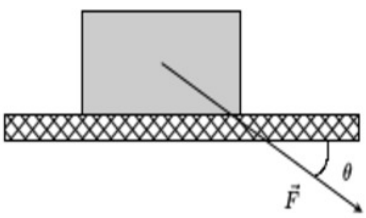
Exercice 1 – Chute libre sur la Lune
Sur la lune le temps de chute verticale d'un objet sur une hauteur $h = 1$ m est $\Delta t = 1,1$ s. En déduire la masse M_L de la Lune sachant que son rayon est $R_L = 1,75 \times 10^3$ km.
On donne : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}.

Exercice 2 –
Une barque contenant des cailloux flotte dans une piscine. Trouvez une relation entre le volume immergé, la masse de la barque et celle des cailloux. Si l'on jette les cailloux dans l'eau, que devient le niveau de l'eau de la piscine ?

Frottements

Exercice 3 – Glissera, glissera pas ?
Un bloc de masse m est posé sur un plan faisant un angle α avec l'horizontale. On notera μ_s le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan. Quel est l'angle α limite pour que le bloc se mette en mouvement ?

Exercice 4 – Bloc frottant
Un bloc est tiré à l'aide d'une corde avec une force $\overrightarrow{F}$, indiquée sur la figure, qui fait un angle θ avec l'horizontale.



Bloc sur une table

Si le bloc est au repos et θ augmenté, quelles sont les quantités qui augmentent, décroient, ou restent les mêmes parmi :

1/ F_x la composante horizontale de la force,

2/ f_s la force de frottement statique,

3/ N la force normale,

4/ $f_{s,\max}$ la force de frottement statique maximale.

5/ Si, par contre, le bloc est en mouvement, et θ est augmenté, est-ce que la force de frottement augmente, diminue ou reste la même ?

Exercice 5 –
Une voiture bloque ses roues. Elle dérape sur une distance $d = 110$ m avant de s'arrêter (d'après les traces de pneu). En supposant, pour simplifier, que l'accélération de la voiture est constante pendant le dérapage, calculer la vitesse de la voiture juste avant le freinage.
On donne le coefficient de frottement dynamique : $\mu_d = 0,6$.

Exercice 6 – Attention au virage
Une voiture roule, à vitesse constante (en norme) v_0, dans un virage de rayon $R = 50\,\mathrm{m}$ sur une route horizontale.

1/ Si la voiture ne dérape pas et suit donc la courbe de la route, quelle est la nature des frottements sur les roues ? Que se passerait-il si les roues se bloquaient (coup de frein brutal) ?

2/ Calculez le coefficient de frottement minimal pour que la voiture ne glisse pas.
A.N. : $v_0 = 50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ et $v_0 = 80\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

3/ De quel angle faut-il relever le virage pour qu'il n'y ait aucun frottement transverse à $v_0 = 50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$? (On suppose que la voiture roule à une altitude constante).

Pour aller plus loin

Exercice 7 – Le saut de l'ange *
Un parachutiste aimant les sensations fortes se laisse tomber le plus longtemps possible avant d'ouvrir son parachute. Lors de sa chute, que l'on supposera verticale pour simplifier, le parachutiste est soumis à une force de frottement due à l'air de la forme :

$$\overrightarrow{f} = -\frac{1}{2}\,C_x\,\rho\,A\,v^2\,\frac{\overrightarrow{v}}{v}$$

où $\rho = 1.2\ \mathrm{kg/m^3}$ est la masse volumique de l'air, C_x un coefficient de résistance aérodynamique qui dépend essentiellement de la forme du corps, $\overrightarrow{v}$ la vitesse de chute du parachutiste et A l'aire de sa section perpendiculaire à $\overrightarrow{v}$.

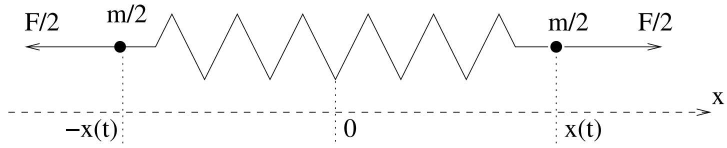
1/ Montrer que le parachutiste atteint une vitesse limite. Etablir l'expression de cette vitesse limite.

2/ Estimer cette vitesse limite pour un homme de masse $m = 80$ kg (équipement compris) tombant en position horizontale du saut de l'ange ($C_x \simeq 1$) puis en position tête en avant ($C_x \simeq 0.7$).

Exercice 8 – Ressort *
Dans cet exercice la gravité n'intervient pas.
Une masse m est accrochée à un ressort, de longueur à vide l_0 et de raideur k, lui-même fixé à un mur. Initialement m est au repos, le ressort ayant sa longueur à vide.
On tire m dans la direction du ressort (x) avec une force constante $\overrightarrow{F}$.

1/ Déterminez la longueur du ressort quand m a une accélération nulle, puis quand m fait demi-tour.

2/ On suppose maintenant que deux masses identiques $m/2$ sont attachées aux extrémités du ressort et que l'on tire dans la direction x chacune d'entre elles avec une force d'intensité $F/2$.



Initialement les deux masses sont au repos et le ressort à sa longueur à vide. La symétrie du système assure que le milieu du ressort est immobile et que les masses peuvent être repérées par $x(t)$ et $-x(t)$ respectivement.
Reprendre les questions précédentes pour les masses $m/2$.