Rattrapage

Électromagnétisme

07 Février 2024 — PréIng2

Durée : 1h30 minutes (2h en cas de tiers temps)

Sont interdits :

— les documents ;

— tous les objets électroniques (calculatrice, téléphone, tablette, ordinateur...) de même que les montres connectées ;

— les déplacements et les échanges.

Consignes :

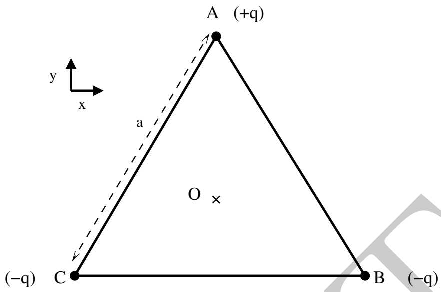
1. Vérifiez que le sujet est composé de 16 pages et 21 questions ;
2. Seules les dernières feuilles doivent être rendues ;
3. Complétez la page 9 (nom, prénom etc...) dès le début officiel de l'épreuve ;
4. Les détails des calculs demandés doivent être portés sur ces dernières feuilles à l'emplacement correspondant à la question ;
5. Dans les deux grilles, les cases correspondant à la bonne réponse doivent être remplies complètement au stylo noir ;
6. Chaque question ne comporte qu'une seule réponse possible ;
7. Il n'y a pas de point négatif pour une mauvaise réponse ;
8. Une case simplement cochée ne sera pas comptabilisée.

Le barème est donné à titre indicatif.

Champ créé par 3 charges ponctuelles (4 points)

Trois charges ponctuelles $+q$ (située en A), $-q$ (située en B) et $-q$ (située en C) sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a (cf. figure).

On va chercher à calculer le champ électrostatique $\vec{E}(O)$ créé au centre O de ce triangle équilatéral par ces trois charges ponctuelles.



Question 1 **(1 point)** L'expression littérale du champ électrique total $\vec{E}(O)$ dû aux trois charges s'écrit :

- A $\vec{E}(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\vec{AO}}{\|\vec{AO}\|^2} - \frac{\vec{BO}}{\|\vec{BO}\|^2} + \frac{\vec{CO}}{\|\vec{CO}\|^2}\right]$
- B $\vec{E}(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\vec{AO}}{\|\vec{AO}\|^2} + \frac{\vec{BO}}{\|\vec{BO}\|^2} - \frac{\vec{CO}}{\|\vec{CO}\|^2}\right]$
- C $\vec{E}(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\vec{AO}}{\|\vec{AO}\|^3} - \frac{\vec{BO}}{\|\vec{BO}\|^3} - \frac{\vec{CO}}{\|\vec{CO}\|^3}\right]$
- D $\vec{E}(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\vec{AO}}{\|\vec{AO}\|^3} + \frac{\vec{BO}}{\|\vec{BO}\|^3} + \frac{\vec{CO}}{\|\vec{CO}\|^3}\right]$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 2 **(1 point)** Retrouver l'expression de la distance $\|\vec{AO}\|$ en fonction de a. On utilisera les propriétés du triangle équilatéral.

- A $\|\vec{AO}\| = \frac{a}{2}$
- B $\|\vec{AO}\| = \frac{a}{3}$
- C $\|\vec{AO}\| = \frac{2a}{\sqrt{3}}$
- D $\|\vec{AO}\| = \frac{a}{\sqrt{3}}$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 3 **(0.5 point)** En déduire que le champ électrique total $\vec{E}(O)$ vaut :

- A $\vec{E}(O) = -\frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^3}\vec{u}_y$
- B $\vec{E}(O) = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}\vec{u}_y$
- C $\vec{E}(O) = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2}\vec{u}_y$
- D $\vec{E}(O) = -\frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2}\vec{u}_y$
- E $\vec{E}(O) = -\frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}\vec{u}_y$
- F *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 4 **(1.5 points)**
Détailler les calculs permettant d'obtenir l'expression du champ électrique total $\vec{E}(O)$.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Sphère chargée uniformément en surface (6 points)

Pour rappel, il existe la *loi de Coulomb* et le *théorème de Gauss* pour calculer un champ électrique à partir d'une distribution de charges. Aussi :

Question 5 (0.5 point)
la **loi de Coulomb** permet de calculer la force $\overrightarrow{F}_{1/2}$ exercée par la charge ponctuelle q_1 sur la charge ponctuelle q_2, située à la distance r_{12} :

- A $\overrightarrow{F}_{2/1} = k\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\right)\overrightarrow{u}_{1\to 2}$
- B $\overrightarrow{F}_{1/2} = k\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\right)\overrightarrow{u}_{1\to 2}$
- C $\overrightarrow{F}_{1/2} = k\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\right)\overrightarrow{u}_{1\to 2}$
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 6 (0.5 point)
Le **théorème de Gauss** énonce que le flux Φ du champ $\overrightarrow{E}$, à travers une surface fermée S est relié à la charge intérieure q_{int}, contenue dans le volume V délimité par la surface S par :

- A
$$\Phi = \iint_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dS} = q_{int}$$
- B
$$\Phi = \iint_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$
- C
$$\Phi = \iiint_V \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dV} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 7 (0.5 point)
En étudiant les plans de *symétrie pour une distribution de charges*, on trouve que

- A le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ en M est contenu dans tout plan Π de symétrie, passant par M.
- B la direction du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ en M est celle de la droite orthogonale à un plan Π de symétrie, passant par M.
- C la direction du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ en M est celle de la droite intersection d'au moins deux plans d'anti-symétrie, passant par M.
- D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Maintenant, on considère une sphère de rayon R et de centre O ayant une *distribution surfacique* de charges de densité σ uniforme.

On cherche l'expression du champ electrique $\overrightarrow{E}(M)$ généré par cette distribution de charges.

Question 8 (0.5 point)
Le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ créé par cette distribution est alors :

- [A] continu en tout point de l'espace, sauf sur les charges.
- [B] continu en tout point de l'espace sauf à la traversée de la surface chargée de la sphère.
- [C] continu en tout point de l'espace.
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 9 (1 point)
La direction du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$, au point M, créé par cette distribution est radiale car :

- [A] tous les plans $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ et $(M, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$ sont des plans de symétrie.
- [B] tous les plans $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ et $(M, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\phi})$ sont des plans de symétrie.
- [C] tous les plans passant par O et par M sont des plans de symétrie.
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

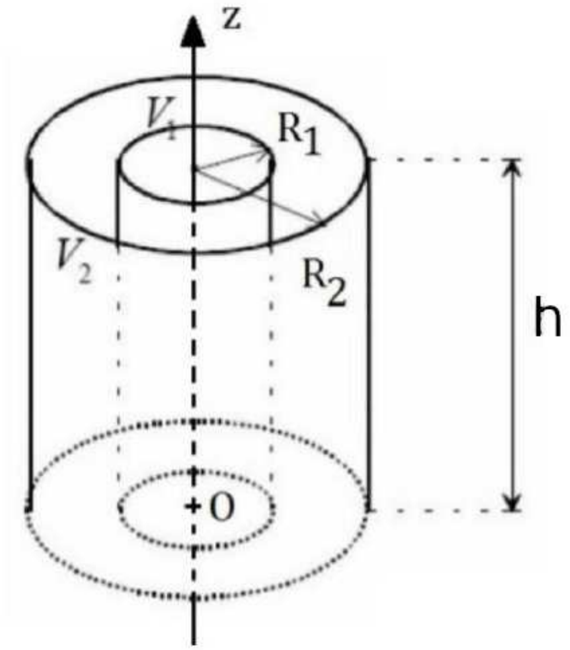
Question 10 (3 points)
Donner l'expression du champ électrique $\overrightarrow{E}$ pour $r > R$ en utilisant le *théorème de Gauss* et en détaillant les calculs (symétries, invariances ...).
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Condensateur cylindrique (6 points)

Un condensateur cylindrique à air est formé de deux armatures coaxiales, de rayons notés R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$ (cf.figure).

Ces deux cylindres infinis coaxiaux sont uniformément chargés en surface avec une charge Q_1 et Q_2 respectivement, et telles que $Q_1 = -Q_2 = Q_{int}$.

Q_{int} est la charge à la surface du cylindre intérieur de rayon R_1 et de hauteur h. On suppose ici que ce conducteur est de longueur infinie ($h \gg R_2 > R_1$).



Question 11 (1 point)
$\vec{E}$ en un point M situé à la distance r de l'axe, avec $R_1 < r < R_2$ vaut :

- [ ] A $\vec{E} = \dfrac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 r}\vec{u}_r$
- [ ] B $\vec{E} = \dfrac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 r^2}\vec{u}_r$
- [ ] C $\vec{E} = \dfrac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 h r}\vec{u}_r$
- [ ] D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 12 (2 points)
La capacité C de ce condensateur a pour expression :

- [A] $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$
- [B] $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 h}{\dfrac{R_2}{R_1}}$
- [C] $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)}$
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 13 (2 points)
Donner l'expression de cette capacité C en détaillant.
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Question 14 (1 point)
Pour $R_2 - R_1 = e \ll R_1$, cette capacité C se simplifie en :

- [A] $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 eh}{R_1}$
- [B] $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 R_1 e}{h}$
- [C] $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 R_1 h}{e}$
- [D] *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Fil infini parcouru par un courant (6 points)

Pour rappel, il existe la *loi de Biot et Savart* et le *théorème d'Ampère* pour calculer un champ magnétique à partir d'une distribution de courant. Aussi :

Question 15 (0.5 point)
la **loi de Biot et Savart** permet de calculer le champ magnétique $\vec{B}$ en M, pour un fil parcouru par un courant I. Elle s'énonce :

A $\vec{B}(M) = \oint_{P \in \text{fil}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$

B $\vec{B}(M) = \oint_{P \in \text{fil}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{PM^2}$

C $\vec{B}(M) = \oint_{P \in \text{fil}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{MP}}{MP^2}$

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 16 (0.5 point)
Le **théorème d'Ampère** relie le *champ magnétique* $\vec{B}$ et l'*intensité* des courants I_i (comptés algébriquement) qui traversent toute surface ouverte S, s'appuyant sur un contour Γ. Il s'énonce :

A $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \sum_i I_i$

B $\oiint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \vec{dS} = \mu_0 \sum_i I_i$

C $\oint_{\Gamma} \vec{B} \wedge \vec{dl} = \mu_0 \sum_i I_i$

D $\oiint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \sum_i I_i$

E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 17 (0.5 point)
En étudiant les plans de *symétrie pour une distribution de courant*, on trouve que la direction du champ magnétique $\vec{B}$ en M est :

A inclus dans tout plan Π de symétrie, passant par M.

B celle de la droite orthogonale à un plan Π de symétrie, passant par M.

C celle de la droite intersection d'au moins deux plans de symétrie, passant par M.

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 18 (0.5 point)
En étudiant les plans d'*anti-symétrie pour une distribution de courant*, on trouve que le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en M

A a pour direction celle de la droite orthogonale à un plan Π' d'anti-symétrie, passant par M.

B a pour direction celle de la droite intersection d'un plan de symétrie et d'un plan d'anti-symétrie, passant par M.

C est inclus dans tout plan Π' d'anti-symétrie, passant par M.

D *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Maintenant, on considère un *fil de longueur infinie*, confondu avec l'axe (Oz). Il est parcouru par un courant I constant orienté vers les z croissants.

On repère un point M de l'espace dans la base de coordonnées cylindriques : $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

On cherche l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ généré par ce fil au point M.

Question 19 (1 point)
Du fait des symétries et des invariances, le vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$ s'écrit :

- A $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$
- B $\vec{B}(M) = B(z)\vec{u}_z$
- C $\vec{B}(M) = B(z)\vec{u}_r$
- D $\vec{B}(M) = B(\theta)\vec{u}_\theta$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 20 (1 point)
En utilisant le *théorème d'Ampère*, on peut écrire le vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$:

- A $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{\pi z}\vec{u}_\theta$
- B $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{\pi z}\vec{u}_r$
- C $\vec{B}(M) = \dfrac{2\mu_0 I}{\pi r}\vec{u}_z$
- D $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$
- E *Aucune des réponses précédentes n'est correcte.*

Question 21 (2 points)
Donner l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ en utilisant le *théorème d'Ampère* et en détaillant les calculs (symétries, invariances ...).
Répondez sur la feuille correspondante, à la fin du sujet.

Électromagnétisme - PréIng2 - Rattrapage - 2023/2024

NOM : ....

Prénom : ....

n° Groupe : ....

Nom du chargé de TD : ....

CODAGE DU N° ÉTUDIANT *HORIZONTALEMENT* (DANS LE SENS DE LECTURE)

Premier chiffre du n° étudiant

Dernier chiffre du n° étudiant

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

SENS DE REMPLISSAGE DU N° ÉTUDIANT

Les réponses au QCM ne doivent être apportées que sur cette feuille.
La copie ne sera corrigée que si :

- **elle comporte vos nom, prénom et groupe ;**
- **les cases sont complètement coloriées avec un stylo noir ;**
- **la feuille-réponse ne comporte pas de ratures.**

Question 1 : A B C D E

Question 2 : A B C D E

Question 3 : A B C D E F

Question 5 : A B C D

Question 6 : A B C D

Question 7 : A B C D

Question 8 : A B C D

Question 9 : A B C D

Question 11 : A B C D

Question 12 : A B C D

Question 14 : A B C D

Question 15 : A B C D

Question 16 : A B C D E

Question 17 : A B C D

Question 18 : A B C D

Question 19 : A B C D E

Question 20 : A B C D E

Question 4 : **Trois charges ponctuelles** .25 .25 .5 .5 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 10 : **Champ électrique pour $r > R$** .25 .25 .5 1 1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 13 : **Deux cylindres coaxiaux** .5 .5 1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Question 21 : **Fil infini parcouru par un courant** .5 .5 1 *Réservé à l'enseignant(e)*

Feuille supplémentaire - (indiquer le numéro de la question rédigée)