
CY Tech, année 2024–2025

Analyse 2^{ème} année, examen du 13/11/2024

1. Voir si les applications suivantes sont des normes:

(1) $(x, y, z) \rightarrow |5x + 3y + 4z|$, sur \mathbb{R}^3 .

(2) $M \rightarrow \sup_{\|x\|=1} \|Mx\|$ sur $M_2(\mathbb{R})$, où $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ est la norme usuelle de \mathbb{R}^2 .

(3) $(x, y) \rightarrow \max(\|x\|, \|y\|)$ sur $E \times E$, où $\|\cdot\|$ est une norme sur un espace vectoriel E .

2. Trouver les valeurs d'adhérence des suites suivantes:

(1) $x_n = \cos(n\pi/3)$.

(2) $y_n = (-1)^n + \cos(n\pi/3)$.

(3) $z_n = \cos(n\pi/3) + \cos(n\pi/4)$.

3. Voir si la fonction suivante $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ est continue ou pas:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \ln(1+x^4)}{y^2(x^2+y^2)} & \text{si } y \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

\Rightarrow documents, calculatrices: non autorisés

\Rightarrow justifier toutes les réponses